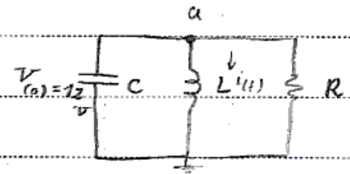
مدار الکتریکی II :

جلسه دوم :

مثال از جلسه اول :



$V_{(0)} = 12\,v$

$$i = C\frac{dV}{dt} \qquad \left(q = CV \Rightarrow \frac{dq}{dt} = C\frac{dV}{dt} \right)$$

$$C\frac{dV}{dt} + i_{(t)} + \frac{V}{R} = 0 \qquad \text{I}$$

$$V = L\frac{di(t)}{dt} \qquad \text{II}$$

$$\Rightarrow LC\frac{d^2 i}{dt} + i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 i}{dt} + \frac{1}{RC}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0$$

$$\Rightarrow V = L\left(-C\frac{d^2V}{dt^2} - \frac{1}{R}\frac{dV}{dt} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dV}{dt} + \frac{1}{LC}V = 0$$

$$V = Ae^{st}$$

$$\Rightarrow A\left(s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} \right)e^{st} = 0$$

$$s = \frac{\frac{-1}{RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{RC}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{LC}\right)}}{2}$$

$$= \frac{-1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$\alpha = \frac{1}{2RC} \qquad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

خازن مایل نیست ولتاژش تغییر کند
مثلاً مواردی خوب است که می‌خواهیم خروجی
یا ورودی تغییر ناگهانی نداشته باشد و در
واقع ولتاژ را تدریجی می‌کند
سلف مایل نیست جریانش تغییر کند
به عنوان تدریجی کننده جریان استفاده دارد
C و L مثلاً فیلتر کردن V و I به کار
می‌آید.

چون جای خازن و سلف interchangable است
معادله ولتاژ خازن و جریان سلف مانند هم
است interchangable یعنی اگر به جای خازن
سلف و به جای سلف خازن را بگذاریم معادله
عوض نشود

چون شرایط اولیه برحسب V است و جواب
با V راحت‌تر حساب می‌شود معادله V را
حساب می‌کنیم.

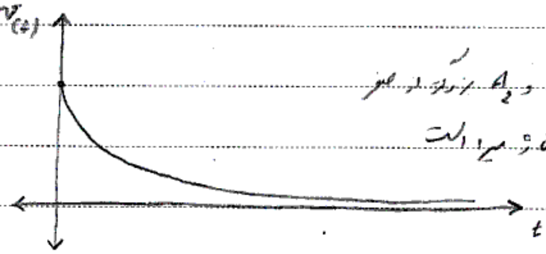
Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\Rightarrow \boxed{s = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}}$$

• $\alpha^2 > \omega_0^2 \Rightarrow$ دو جواب متمایز s_1 و s_2 داریم که هر دو منفی است.

$$\Rightarrow V_{(t)} = A_1 e^{+s_1 t} + A_2 e^{+s_2 t}$$

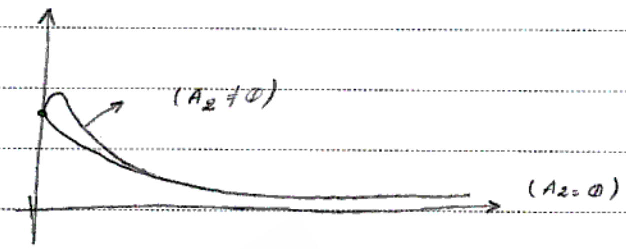


به ازای A_1 و A_2 بزرگتر از صفر این نمودار میرا است

• $\alpha^2 = \omega_0^2 \Rightarrow s = -\alpha$ تنها یک جواب داریم

$$\Rightarrow V = A_1 e^{+st} + A_2 t e^{st}$$

(از بعد فیزیکی شرایط اولیه مسئله مربوط است ممکن است سلف انرژی اولیه داشته باشد و خازن هم مقدار انرژی اولیه پس به طور موقت افزایش انرژی داریم ولی در $t=\infty$ انرژی سیستم در مقاومت کامل تلف می‌شود)



خازن جریان را تنظیم می‌کند که با KVL مشکل نخورد.

$\alpha = \frac{1}{2RC} \left(\frac{1}{sec}\right)$ ضریب میرایی

$\frac{1}{\alpha}$ — ثابت زمانی

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ سوم:

• $\alpha^2 < \omega^2 \Rightarrow s = -\alpha \pm i\underbrace{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}_{\omega_d}$

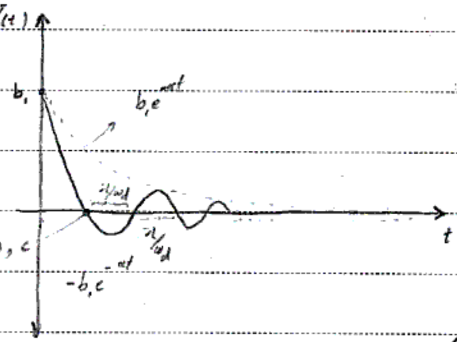
$s = -\alpha \pm i\omega_d$

در این فرمول ، $\Rightarrow V_{(t)} = a_1 e^{-\alpha t} e^{i\omega_d} + a_2 e^{-\alpha t} e^{-i\omega_d}$

$a_1 = a_2^*$ $= a_1 e^{-\alpha t}(\cos\omega_d t + i\sin\omega_d t) + a_2 e^{-\alpha t}(\cos\omega_d t + i\sin(-\omega_d t))$

(complex conjuchte) $\Rightarrow V_{(t)} = e^{-\alpha t}(b_1\cos\omega_d t + b_2\sin\omega_d t)$

صفحهٔ 403 کتاب Dorf توضیح داده شده



ω_d, b_2, b_1 وابسته به c

این نوع حالت زمان طول می‌کشد پس یک نوسان میرایی دارد

$T = \frac{2\pi}{\omega_d}$

تمرین: برای ۳ حالت ذکر شده یک توجیه فیزیکی بنویسید

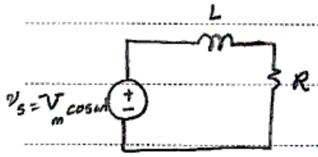
تمرین: با ثابت نگه داشتن R و C ‏(ω و α) مقادیر مختلف به L بدهید و نحوهٔ چیدمان سه حالت مدار را کنار هم مقایسه کنید.

تمرین: دوگانهای سلف و خازن در دنیای فیزیکی پیدا کنید و تحلیل کردن آنها.

جلسهٔ چهارم

مدارهایی با ورودی سینوسی دارند:

مثال:



$i_{(t)} = ?$

$$\xrightarrow{KVL} \quad L\frac{di}{dt} + Ri = v_s = V_m \cos\omega t$$

[steady State] $\quad i_{(t)} = A\cos\omega t + B\sin\omega t \quad$ (forced responce)

جایگذاری

$$\Longrightarrow L(-\omega A\sin\omega t + \omega B\cos\omega t) + \omega RA\cos\omega t + \omega RB\sin\omega t = V_m\cos\omega t$$

$$\Longrightarrow (RA + \omega LB)\cos\omega t + (RB - \omega LA)\sin\omega t = V_m\cos\omega t$$

$$\begin{cases} RB - \omega LA = 0 \\ RA + \omega LB = V_m \end{cases} \Longrightarrow A = \frac{RV_m}{R^2 + \omega^2L^2}, \quad B = \frac{\omega LV_m}{R^2 + \omega^2L^2}$$

$i_{(t)} = I_m\cos(\omega t + \varphi)$ معادلهٔ $i_{(t)}$ را به این فرم در می‌آوریم تا راحت‌تر تحلیل شود و نیز اختلاف فاز ورودی و خروجی راحت‌تر یافت شود

$= I_m(\cos\omega t\cos\varphi - \sin\omega t\sin\varphi)$

$$\underset{\text{با ساده کردن}}{\overset{\text{با تطابق}}{\Longrightarrow}} \quad \varphi = \mathrm{Arctan}\left(\frac{-\omega L}{R}\right)^{*}, \quad I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2L^2}}$$

رفتار فیزیکی

رفتار سلف: همیشه یک تأخیر فاز را بوجود می‌آورد. یک مقدار نسبت به تغییرات کند است

ورودی مقاومت است. نرخ دهندهٔ یک امپدانس می‌باشد

$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

$v_s = \mathrm{Real}\{V_m e^{i\omega t}\}$ در مثال فوق

$$V_s = e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + Ri = e^{i\omega t}$$

$i_{(t)} = Ae^{i\omega t}$

$$\Rightarrow \left[LA(i\omega) + RA\right]e^{i\omega t} = V_m e^{i\omega t} \Rightarrow A = \frac{V_m}{R + i\omega L}$$

$$\Rightarrow i_{(t)} = \frac{V_m}{R + i\omega L} e^{i\omega t}$$

ضرب در مزدوج

$$\Rightarrow \frac{V_m(R - i\omega L)}{R^2 + \omega^2 L^2} = I_m e^{i\varphi} = I_m(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{-\omega L}{R}\right) \\ I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow i_{(t)} = I_m e^{i(\omega t + \varphi)} \Rightarrow Real\{\quad\} = I_m \cos(\omega t + \varphi)$$

مثال: مداری داشتیم که معادله آن را به صورت زیر در آورده ایم.

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{di}{dt} + 12i = 12\cos 3t$$

تبدیل

$$\Rightarrow \quad = 12e^{i3t} \Rightarrow i_{(t)} = Ae^{i3t}$$

$$\Rightarrow A\left[(i \times 3)^2 + (3 \times i) + 12\right]e^{i3t} = 12e^{i3t} \Rightarrow A = \frac{12}{3 + 3i}$$

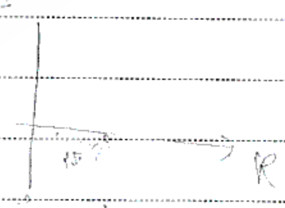
$$\Rightarrow A = 2(1 - i)$$

تبدیل به نمایی

$$\Rightarrow A = 2\sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

$$i_{(t)} = Real\left\{2\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}i} e^{3it}\right\}$$

$$\Longrightarrow i_{(t)} = 2\sqrt{2}\cos(3t - \pi/4)$$



Subject:
Year. Month. Date. ( )

شرطهای استفاده از روش تبدیل sin به مختلط:

- معادلهٔ مدار خطی باشد
- تمام ورودی sin باشد
- بحث ما در مورد جواب ماندگار است (Steady State)
- فرکانس ورودی تمام sin ها باهم برابر باشد.

فیزور: حاوی است از دامنه و فاز یک سیگنال سینوسی است در مثال قبل:

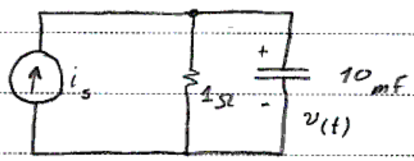
$V = 12\angle 0$

$I = 2\sqrt{2}\angle -\frac{\pi}{4}$ $\Longrightarrow$ ماهیتاً یک عدد مختلط است

$A\angle\theta = Ae^{i\theta}$ $\Leftrightarrow$ کارتزین $\Leftrightarrow$ قطبی $= \dots$

تبدیل می‌شود تبدیل می‌شود

مثال:



$i_s = 10\cos(100t)$

$v(t) = ?$

$\xRightarrow[\text{دیفرانسیل}]{\text{معادله}}$ $C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = i_s = 10\cos\omega t$

$\Longrightarrow (i\omega C + \frac{1}{R})\,V = I$

فیزور ولتاژ   می‌دانیم اختلاف فاز صفر است   فیزور جریان

$\Downarrow$ عددگذاری

$(i100\,\tfrac{rad}{s} * 10^{-2}\,F + 1\,\tfrac{1}{\Omega})\,V = 10\angle 0$ $F = S/\Omega$

$(i\,\tfrac{1}{\Omega} + 1\,\tfrac{1}{\Omega})\,V = 10\angle 0 \Longrightarrow V = \frac{10\angle 0}{1+i}\,(V) = \frac{(1-j)\times 10}{2}$

$\tau = RC \Rightarrow F = S/\Omega$

$\text{dimension}(\omega C) = \frac{1}{\Omega}$

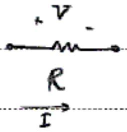
ساده کردن $\Longrightarrow = 5\sqrt{2}\angle -\frac{\pi}{4} \Longrightarrow v(t) = 5\sqrt{2}\cos(100t - \frac{\pi}{4})$

$\frac{V}{I}$ $\quad V = RI$

جلسه پنجم:

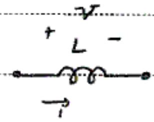
امپدانس:

یادآوری



$V = RI$

(قانون اهم)



یک معادله دیفرانسیل خیلی ساده $\Longleftarrow$

$v(t) = L\frac{di}{dt}$

فیزور $\Downarrow$

$Z_L = i\omega L$

$Z_c = \frac{1}{i\omega C}$

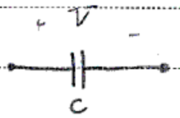
$$\underbrace{V}_{\text{فیزور}} = [L(i\omega)]\underbrace{I}_{\text{فیزور}}$$

امپدانس (همان مفهوم مقاومت) را با نام Z نمایش می‌دهیم

هم‌واحد بودن: $\frac{V}{I}$

$Z = \frac{V}{I} = i\omega L$ (برای سلف)

با نگاه به این فرمول می‌بینیم که مقاومت نشان داده شده توسط L وابسته به ω است. در نتیجه می‌توان مداری طراحی کرد که در برخی فرکانس‌ها مقاومت زیادی داشته باشد و در برخی دیگر مقاومت کمی نشان دهد. این عنصر مداری یک فیلتر است.



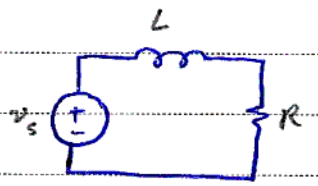
$i(t) = C\frac{dv}{dt} \Longrightarrow Z = \frac{1}{i\omega C}$

$I = [C(i\omega)]V$

از خازن نیز می‌توان به عنوان فیلتر کننده استفاده کرد.

هدایت (ادمیتانس) $= \frac{1}{Z} = Y = \frac{I}{V}$

مسئله جلسه قبل:

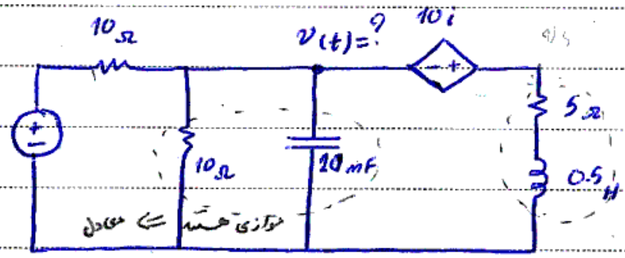


$V = (R + i\omega L)I$

$I = \frac{V_m\angle\theta}{R + i\omega L} = \frac{V_m}{R^2 + \omega^2 L^2}(R - i\omega L)$ ضرب در مزدوج

$e^{i\theta}$ تبدیل به $= \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} e^{i\varphi}$ که $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{-\omega L}{R}\right)$

مثال: (درکتاب Dorf)



$$\underset{\text{خازن و مقاومت}}{Z_{eq}} = \frac{-100i}{10-10i} = Z_1$$

$$\underset{R,\ \text{سلف}}{Z_{eq}} = 5+5i = Z_2$$

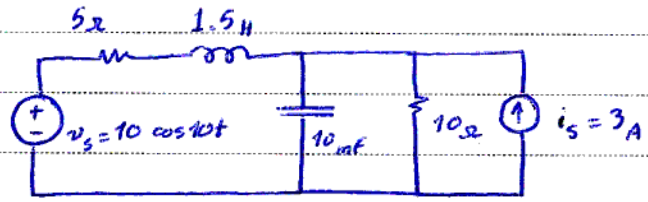
$v_s(t) = 10^{7} \cos \omega t$

$\omega = 10\ rad/s$ KVL (در حلقه چپ): $\underline{V}_s - \underline{V} = 10\,\underline{I}$

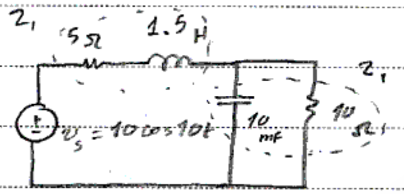
KVL و KCL در حلقه راست و گره $v(t)$: $10\,\underline{I} + \underline{V} = Z_2 \left(\underline{I} - \frac{\underline{V}}{Z_1}\right)$

$$\xRightarrow{\text{ساده کردن}} v(t) = 2\sqrt{5} \cos(10t + 63.4^\circ)$$

مثال: از super position استفاده می‌کنیم



منبع v_s

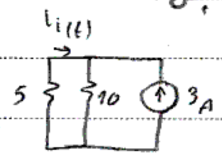


$Z_1 = 5 + 15i$

(موازی) $Z_2 = \frac{100i}{10-10i}$

KVL (در حلقه): $\underline{I}_v = \frac{\underline{V}}{Z_1 + Z_2} \xRightarrow[\text{اعداد مختلط}]{\text{جایگذاری}} i_v(t) = 0.71 \cos(10t - \frac{\pi}{4})$

منبع i_s: چون $\omega = 0$ سلف اتصال کوتاه، خازن اتصال باز، پس

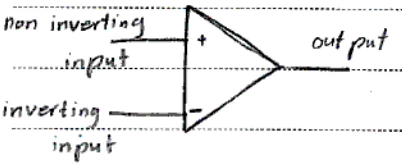


$i_i = -2\,A$

* در حالت DC دقت کنید که منبع [illegible] نداشته باشد [illegible] می‌شه این کار رو کرد!!!

Super Position $\Longrightarrow i(t) = i_i(t) + i_v(t) = 0.71 \cos(10t - \frac{\pi}{4}) - 2$

جلسه ششم



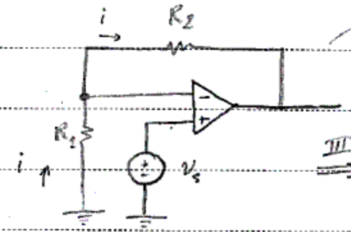
op-amp: operational amplifier

$R_{in}=\infty$ (op-amp ایده‌آل) $\Longrightarrow$ جریان ورودی به آن صفر خواهد بود (I)

$R_o=0$ $\Longrightarrow$ برای اینکه می‌خواهیم توان تولیدی در خودش تلف نشود. (II)

$V^+=V^-$ (III)

مثال:



که دامنه ورودی را تغییر می‌دهد

به دلیل اینکه $R_{in}=\infty$ جریان ورودی inverting صفر است $\overset{I}{\Longrightarrow}$

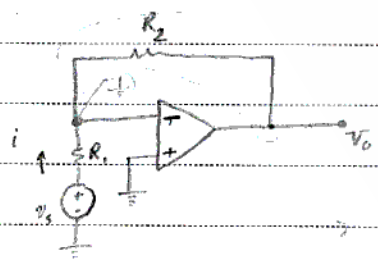
$\overset{III}{\Longrightarrow} i=\frac{-v_s}{R_1}$

$$\overset{II}{\underset{KVL}{\Longrightarrow}} v_s-v_o=R_2 i \Longrightarrow v_s-v_o=\frac{-R_2 v_s}{R_1} \xrightarrow{\text{ساده کردن}} v_o=v_s\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

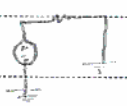
زیبایی این تقویت کننده این است که جریانی از ورودی نمی‌گیرد! (این ایده‌آل است) به خاطر این است که امپدانس ورودی به سمت بی‌نهایت میل کند، امپدانس خروجی به صفر میل کند

همچنین تقویت‌کننده‌ای که جهت ولتاژ را عوض نمی‌کند Non-Inverting Amplifier گویند (بستگی به op-amp ی به کار رفته در این مثال)

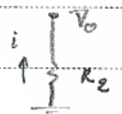
مثال:



$\overset{III}{\Longrightarrow} V^+=V^-=0$

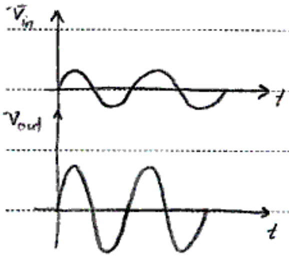


$\Longrightarrow i=\frac{v_s}{R_1}$

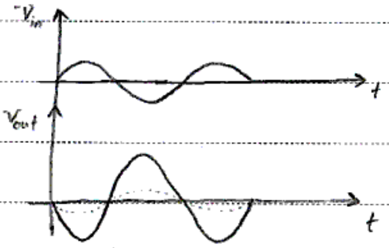


$\Longrightarrow v_o=-R_2 i \Longrightarrow v_o=v_s\left(\frac{-R_2}{R_1}\right)$

چون این جمله همواره منفی است این مدار یک Inverting Amplifier است

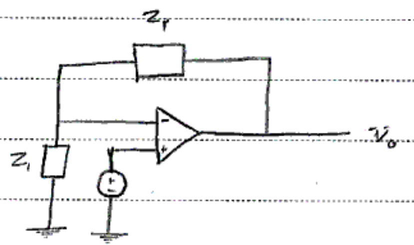


(در مثال اول)



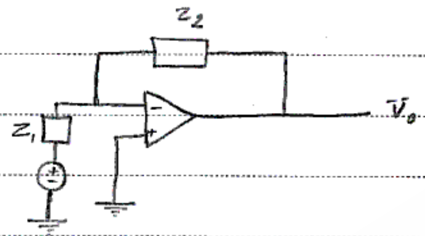
* از نظر عملی در مدار اول مقاومتها مهم هستند ولی در مدار دوم برای کاهش جریان ورودی مقدارهایشان را بزرگ در نظر می‌گیریم

در مدار قبلی به جای اینکه سلف و خازن قرار دهیم:



• تنها با این تفاوت که فرمول خروجی به شکل زیر خواهد بود:

$$\underline{V_o} = \underline{V_s}\left(1+\frac{Z_2}{Z_1}\right)$$



$$\underline{V_o} = \underline{V_s}\left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right)$$

دو تا سوال:

* چرا Feed Back را به ورودی منفی وصل کردیم؟ چرا به + وصل نکردیم؟
* با این فرض که V^+ با V^- برابر است چرا بین آنها تفاوت می‌گذاریم؟

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ اول (تدریس یار)

$$\frac{d^2V}{dt^2} + a\frac{dV}{dt} + bV = C$$

اگر $C=0$ باشد، معادلهٔ دیفرانسیل مربوط به مداری است که فقط منبع وابسته دارد و شرایط اولیه

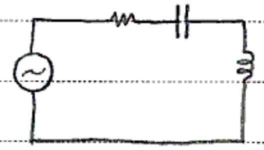
در بدست آوردن جواب معادله به شرایط اولیه نیاز داریم:

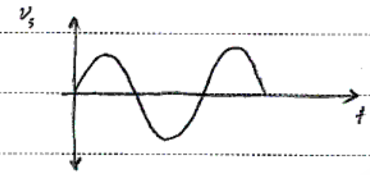
- $i_L(0)$, $v_C(0)$ $\Longrightarrow$ به خودی خود قابل استفاده نیست باید تبدیل شود
- $v_C(0)$, $\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t=0}$
- $i_L(0)$, $\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0}$

$V = L\frac{di}{dt} \longrightarrow$ * اگر L کوچک باشد نمی‌توانیم تغییر جریان نسبتاً بزرگی داشته باشیم

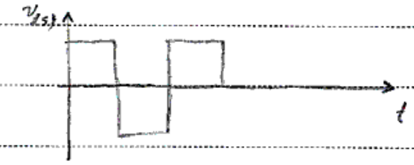
$i = C\frac{dv}{dt} \longrightarrow$ * " C " " " " ولتاژ " " "

این دو قانون زمانی صادق است که پرش نداشته باشیم (منبع ولتاژ ضربه‌ای نداشته باشیم)





$\longrightarrow$ با این شکل موج راحت می‌توانیم از قوانین فوق استفاده کنیم



$\longrightarrow$ دیگر به این راحتی نیست.

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dV}{dt} + \frac{1}{LC}V = 0$$

$\alpha = \frac{1}{2RC} \longrightarrow$ ثابت زمانی میرا شدن $\qquad w_0^2 = \frac{1}{LC} \longrightarrow$ ماهیت فرکانس تشدید مدار

یعنی اگر هیچ اتلافی نداشته باشد مدار با w_0 شروع به نوسان می‌کند

$$\Longrightarrow s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - w_0^2}$$

$\alpha^2 > w^2 \Longrightarrow s_1, s_2$: حقیقی $\Longrightarrow L > 4R^2C$ (حالت میرای شدید)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

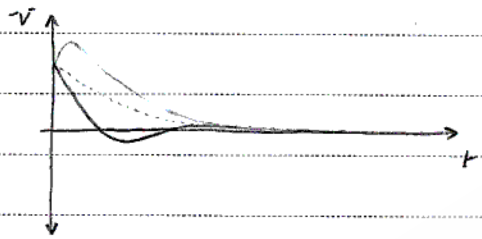
L مقدار بزرگی دارد در نتیجه مقدار di/dt ↑ است ⇐ انرژی سلف می‌تواند ناگهانی زیاد شود.
L بزرگ در برابر تغییرات جریان ناشی از ولتاژ اولیهٔ خازن مقاومت می‌کند. پس از مدتی مقدار بزرگی از جریان ناشی از ولتاژ اولیهٔ خازن در مقاومت جاری و تلف می‌شود ⇐ ولتاژ خازن سریع افت می‌کند

$\alpha^2 < \omega_0^2$: ⇒ s_1, s_2 : مختلط ⇒ $L < 4R^2C$ (حالت میرا ضعیف یا زیرمیرا)

در این حالت L مقدار نسبتاً کوچکی دارد. طبق نکته 1 تغییرات جریان سلف می‌تواند نسبتاً بزرگ باشد. (یعنی سلف سریع‌تر انرژی می‌گیرد) ⇐ ولتاژ خازن بیشتر در سلف تخلیه می‌شود. بقیهٔ ولتاژ آن هم در مقاومت جریان کوچکی ایجاد می‌کند. اکنون انرژی ذخیره شده در سلف خود در خازن تخلیه می‌شود و یک پیک برعکس ایجاد می‌کند. در زمان انتقال این انرژی مجدداً بخشی از آن در مقاومت تلف می‌شود. تا جایی ادامه می‌یابد تا مقدار انرژی مدار به صفر برسد.

$\alpha^2 = \omega_0^2$ ⇒ $s_1 = s_2$: حقیقی ⇒ $L = 4R^2C$ (میرایی بحرانی)

در این حالت انرژی خازن به طور یکنواخت بین سلف و مقاومت تقسیم می‌شود. در نهایت انرژی مجموعه سلف و خازن در مقاومت به آرامی تخلیه خواهد شد.



یک حالت مرزی است. هیچ قطعیتی در پایداری آن نیست.

جلسه دوم (تدریس یار)

- پاسخ معادله دیفرانسیل درجه 2 به صورت حالت صفر و ورودی صفر در نظر گرفته می شود.

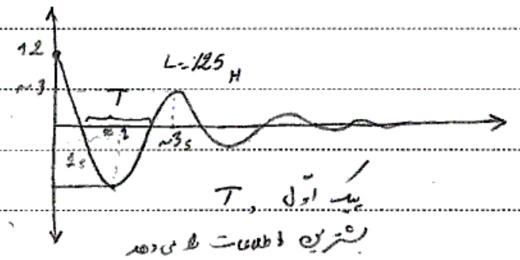
پاسخ ورودی صفر : $\frac{d^2v}{dt^2} + a\frac{dv}{dt} + bv = 0$ (natural responce)

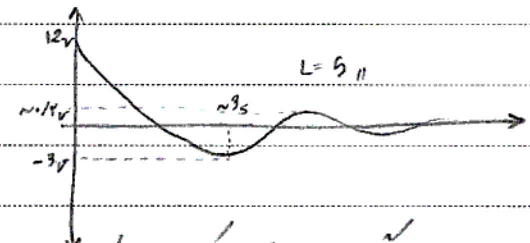
در جواب میرایی ضعیف هر چه α بزرگتر باشد ($\frac{1}{2RC}$) جواب سریعتر میرا می شود.

α سرعت میرایی را برای ما تعیین می کند (در یک مدار مرتبه 2 با پاسخ میرای ضعیف)

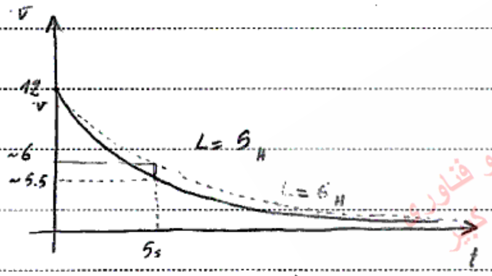
سوال air bag جلسه اول:

در حالت under damped هر چه L بزرگتر باشد نوسانات کمتر است و سریعتر میرا می شود و اگر L کوچکتر شود تعداد نوسانات بیشتر شده سرعت میرایی کاهش می یابد.





* برای L بزرگتر هم دامنه پیک و ولتاژ کاهش یافته هم تعداد پیک ها کم شده هرچند زمان اتفاق افتادن پیک در زمان طولانی تری بوده است

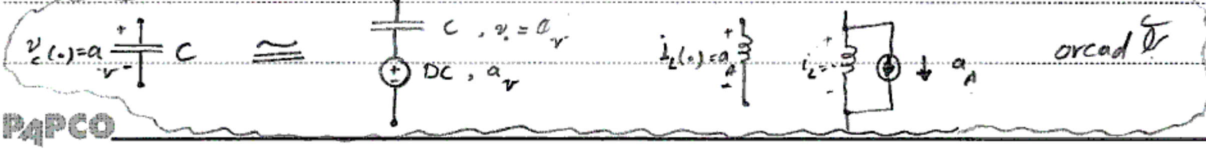


برای $L > 4_H$ میرایی شدید داریم

* اگر L بزرگتر شود شیب نمودار کمتر می شود
* در حالت میرایی شدید انرژی مجموع سیستم زودتر (؟) تمام می شود
* هرچه L بزرگتر شود سرعت کاهش ولتاژ کم می شود

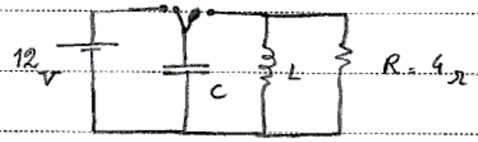
$v(t) = A_1 e^{-s_1 t} + A_2 e^{-s_2 t}$

در سطح ولتاژ خازن نسبت به L کمتر بیشتر است.

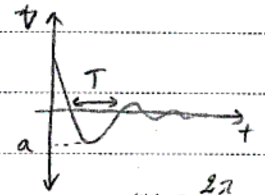


Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: همان مسئلهٔ air bag جلسهٔ اول:



* در طراحی مدار مرتبهٔ 2: اگر حالت میرای ضعیف را در نظر بگیریم باید به نکات زیر توجه کنیم:



$$\omega_d = \frac{2\pi}{T}$$

۱- مقدار a چقدر باشد.

۲- ω_d چقدر باشد؟ سرعت نوسان پاسخ را تعیین می‌کند

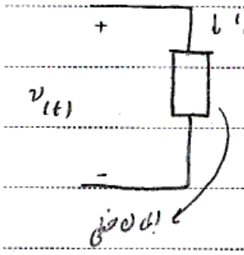
۳- α (ضریب میرایی) چقدر است؟

اگر در طراحی میرای شدید را در نظر بگیریم s_1 و s_2 مهم هستند (در این روش حل کمی دشوار است)

راه حل کلی: سرعت پاسخ باید به اندازهٔ کافی سریع باشد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسه هفتم



حالت عام: $P(t) = v(t) \cdot i(t)$

توان خود تابعی از زمان است. (خیلی مهم است)

توان متوسط $P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt$

یک کم خاص تر می کنیم

$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$

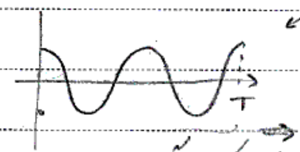
$\Rightarrow i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$ به دلیل مشخص نبودن المان نمی‌توان دقیق $i(t)$ را تعیین کرد

$$\Rightarrow P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T I_m V_m \cos(\omega t + \theta_v)\cos(\omega t + \theta_i)\,dt$$

مثلثات / تبدیل ضرب به جمع

$$= \frac{V_m I_m}{2T}\int_0^T \left[\underbrace{\cos(2\omega t + \theta_i + \theta_v)} + \cos(\theta_v - \theta_i)\right]dt$$

به دلیل اینکه روی یک دوره تناوب کامل انتگرال می‌گیریم صفر است.



ساده کردن انتگرال

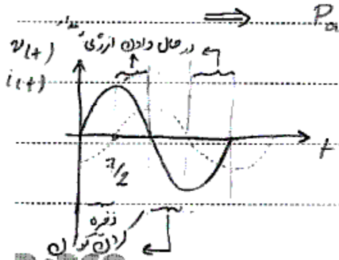
$$\Rightarrow P_{avg} = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i)$$

آ) خازن و سلف به تنهایی (در حالت نبود المان های دیگر)

$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$ $\quad |\theta_v - \theta_i| = \pi/2$

$\Rightarrow i(t)_{\text{خازن}} = C\frac{dV}{dt} = CV_m(-\omega)\cos(\omega t + \underbrace{\theta_v - \pi/2}_{\theta_i})$

$\Rightarrow P_{avg} = 0 \Rightarrow$ خازن و سلف (ایده آل) نه مصرف کننده اند و نه تولید کننده



* نکته دیگر این فرمول این است ω فرکانس در آن تأثیر ندارد. (در حالت ایده آل)

* سوال حامد جوانی: تو یک مداری ω چند سلف و خازن داریم، چرا این رابطه همچنان برقرار است؟

جواب: ۱- از بعد امپدانس ، ۲- از بعد زمان :

برای یک مقاومت: (برای ورودی sin)

$$P_{avg} = \frac{V_m I_m}{2} = \frac{1}{2} R I_m^2$$

برای ورودی DC (تا توان یکسانی نسبت به جریان AC داشته باشد) باید:

$$P_{avg} = R I_{eff}^2$$

$$P_{avg} = P_{avg}$$

$$I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

محاسبه توان موثر برای یک مقاومت و ورودی کل تناوبی:

$$P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T v_{(t)} \cdot \underbrace{i_{(t)}}_{v_{(t)}/R} \cdot dt = \frac{1}{RT}\int_0^T v^2_{(t)}\, dt = \frac{v^2_{eff}}{R}$$

$$\Rightarrow v_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2_{(t)} \cdot dt}$$

root of ~~mig~~ mean square = RMS

ریشه گرفتن، جذر $\sqrt{\ }$ — میانگین انتگرال — مجذور توان ۲

Subject:

Year. Month. Date. ( )

برای موج دندانه ارّه‌ای: $v_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{3}}$

V_{rms} در واقع ولتاژی است در DC که همان توان AC را برای ما ارائه می‌دهد

سوالات:

۱. صفحهٔ ۴۲۵ کتاب Dorf چرا دورهٔ تناوب را 0.4 (کذا) گرفته؟ چرا باید در بین پیک اول و صفر شدن اول این کار انجام شود؟

۲. صفحهٔ ۴۲۶ علامت سوال.

۳. To search: What is a dynamo? its structure and why it makes DC current?

۴. صفحهٔ ۴۴۳: potential hazard of high ac voltage یعنی چه؟

۵. برای سطح زیر پیاده‌سازی به جای ac کار کردن dc؟

۶. صحت قضیه‌ای که [illegible] (صفحهٔ ۴۵۱)

۷. سوال 10-6-4 صفحهٔ ۴۴۰ کتاب

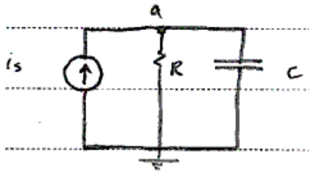
۸. چرا توابع [illegible] هستند (صفحهٔ ۴۴۴ کتاب Dorf)

۹. تمرین 10.7.3 صفحهٔ ۴۴۵ کتاب، / تمرین 10-9.2 صفحهٔ ۴۷۳

۱۰. صفحهٔ ۴۸۱ کتاب Dorf پاراگراف سوم.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

(Dorf تمرین ۴۴۹ صفحه - حل دوم)   forced response* با اعمال مدار RC خازنی سینوسی :



a در KCL : $\frac{v}{R} + C\frac{dv}{dt} = I_m \cos\omega t$

$\Rightarrow v_f = A\cos\omega t + B\sin\omega t$

جایگذاری

$\Rightarrow \frac{1}{R}(A\cos\omega t + B\sin\omega t) + C\omega(B\cos\omega t - A\sin\omega t) = I_m\cos\omega t$

$\Rightarrow \cos\omega t\left(\frac{A}{R} + C\omega B\right) + \sin\omega t\left(\frac{B}{R} - AC\omega\right) = I_m\cos\omega t$

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{A}{R} + C\omega B = I_m \\ \frac{B}{R} - AC\omega = 0 \end{cases} \Longrightarrow A = \frac{R I_m}{1 + R^2C^2\omega^2} \qquad B = \frac{R^2 I_m C\omega}{1 + R^2C^2\omega^2}$

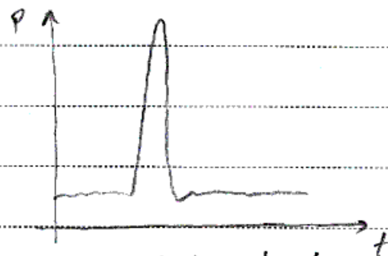
$\Longrightarrow v_f = (I_m R)\left(\frac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\cos\omega t + \frac{RC\omega}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\sin\omega t\right)$

$\theta = \arctan(RC\omega) \Longrightarrow v_f = \frac{I_m R}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\cos(\omega t - \theta)$

اختلاف فاز

Subject:
Year. Month. Date. ( )

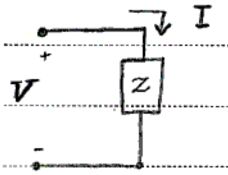
جلسه هشتم:



viterby decoder

* اهمیت توان لحظه ای در پیک توان است.
اگر میتانیم ها بگیریم هنگام پیک مصرف چون
نمی توان انرژی را تامین کنیم decoder ها fail
می شود.

Complex Power



$V = V_m \angle \theta_v$

$I = I_m \angle \theta_i$

$Real\{S\} \equiv P_{avg}$ (طبق تعریف)

$S = \dfrac{VI^*}{2}$ → I مزدوج

$I^* = I_m \angle -\theta_i$

$Imaginary\{S\} = \dfrac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_v - \theta_i)$

$$S = \underbrace{\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i)}_{\text{توان متوسط}} + \underbrace{\frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v - \theta_i)}_{\text{Reactive توان}}\, i$$

(watts : واحد)

توانی که مصرف نمی شود ولی باید با اضافی ها مدار باید تامین شود.

(var دلهد)

(Volt - Amp reactive)

(دلهد)

Volt - Amp

در حالت DC : $V^2/R = RI^2 = P$

آیا این روابط برای حالت سینوسی هم مطرح است یا نه؟

$$S = \frac{VI^*}{2} = \frac{ZII^*}{2} = \frac{Z I_m^2}{2}$$

$$= \frac{I_m^2}{2} Real\{Z\} + i\,\frac{I_m^2}{2} Imaginary\{Z\}$$

I_{rms} : برای مدار سینوسی

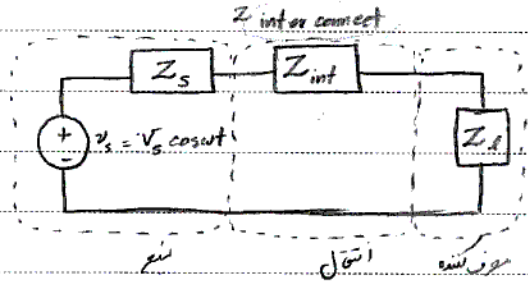
PAPCO

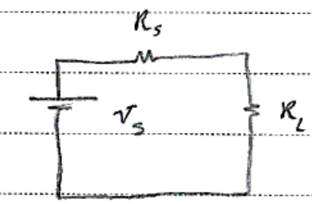
نکته اخلاقی فیزیکی: چون داریم Real می‌گیریم توان متوسط فقط مربوط به مقاومت‌هاست.

نکته اخلاقی فیزیکی بعدی!: به دلیل بد بودن Reactive power می‌خواهیم آن را به صفر برسانیم. به همین دلیل با اضافه کردن عناصری در مدار قسمت مختلط را صفر می‌کنیم.

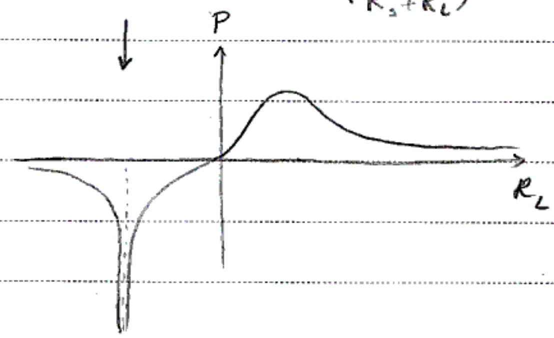
Power Transmition:

مسیرهای کوتاه‌تر و PCB

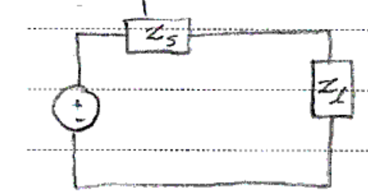




$$P(R_L) = R_L \left(\frac{V_s}{R_s+R_L}\right)^2$$



برگردیم به دنیای مختلط:



$$S = \left(\frac{I_m^2}{2}\right)(Z_s + Z_\ell)$$

$$= \frac{I_m^2}{2}\left(\text{Real}\{Z_s+Z_\ell\} + \text{Imag}\{Z_s+Z_\ell\}\right)$$

یادآوری:
$\varphi(z)$ = فاز عدد مختلط z
$z = a + bi$
$\varphi(z) = \tan^{-1} b/a$

می‌خواهیم $\text{Imaginary}\{Z_s+Z_\ell\}$ را صفر بکنیم $\Leftarrow$ I: $\text{Imaginary}\{Z_s\} = -\text{Imaginary}\{Z_\ell\}$

$\Longrightarrow \varphi(Z_s) = -\varphi(Z_\ell)$ (فاز)

برای max کردن توان انتقال یافته:

II: $\text{Real}\{Z_\ell\} = \text{Real}\{Z_s\}$

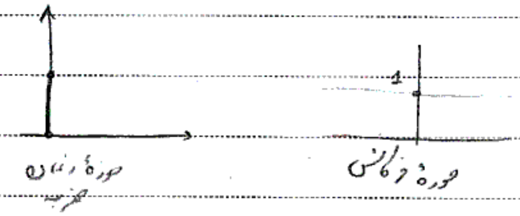
I, II $\Longrightarrow \boxed{Z_s = Z_\ell^*}$ برای داشتن بیشترین توان در امپدانس Z_ℓ

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: $Z_s = 2 + j\omega L$

$Z_\ell = 2 - j\omega L$

$\frac{j}{\omega C}$



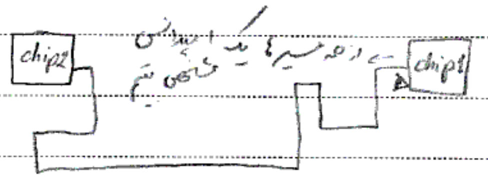
$$\Rightarrow \frac{1}{\omega C} = \omega L \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{\omega^2 L}}$$

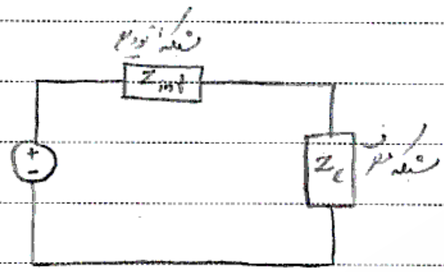
مدارهای رزونانس: فرکانس طبیعی مدار ... در هر مداری که به آن وارد شود همهٔ فرکانس‌ها را فیلتر می‌کند و فرکانس‌های خود را جذب می‌کند (یعنی چه؟)

جلسه نهم:

کاربرد حداکثر توان: ○ خانه‌ها: بلندگوها 8Ω هستند
○ آزمایشگاه: وسایل 50Ω هستند

Controlled Impedance





طرفهای مسئله:
○ مشتری: Z_ℓ و P مشخصی دارد (V_m هم معمولاً)
○ انتقال: Z_{int} هم ثابت است (شبکهٔ توزیع برق)
چگونه توان تلفاتی Z_{int} را حداقل کنیم؟

$$\left.\begin{aligned} P_{int} &= \frac{1}{2} I_m^2 \, Real\{Z_{int}\} = \frac{1}{2} I_m^2 R_{int} \\ P &= \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) \end{aligned}\right\} \Rightarrow P_{int} = \frac{1}{2} R_{int} \left(\frac{2P}{V_m \cos(\theta_v - \theta_i)}\right)^2$$

$$\Rightarrow P_{int} = 2 R_{int} \left(\frac{P}{V_m \cos(\theta_v - \theta_i)}\right)^2$$

تنها جملهٔ قابل تغییر

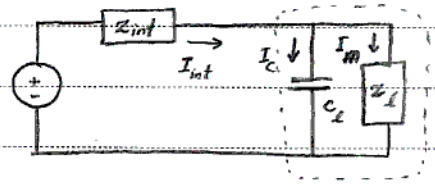
$\cos(\theta_v - \theta_i)$: power factor

خیلی در توان تلفاتی مؤثر است

مثال: از این تعداد ۱۱۰ ولت مصرف با ۱۰۰ بار می‌کند

Subject:
Year. Month. Date. ( )

با اضافه کردن C_L امپدانس شبکه معرف عوض می‌شود

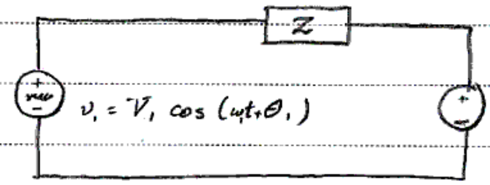


$$I_{int} = I_C + I_m$$

(عدد $\cos(\theta_v - \theta_i)$ در حدود ۱ (در ایران) معمولاً ۰/۹۵ است)

می‌باشد $\cos(\theta_v - \theta_i)$ در کتاب هست! مطالعه شود :)

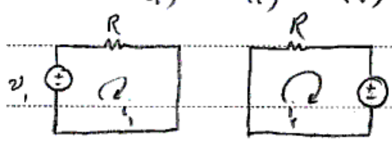
* آیا power super position وجود دارد؟



• $\omega_1 \neq \omega_2$ (فرض می‌کنیم)

$$P_{(t)} = v_{(t)} \cdot i_{(t)} \Longrightarrow = v_{(t)} \cdot (i_1 + i_2)$$

$$= R\,(i_1 + i_2)^2$$



می‌دانیم جهت i_2 این نیست ولی می‌خواهیم طبق آن حساب کنیم

$P_{(t)}$: متناوب

$$\Longrightarrow P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T R\,(i_1 + i_2)^2\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T R i_1^2\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T R i_2^2\,dt + \frac{2}{T}\int_0^T R i_1 i_2\,dt$$

توانی که v_1 می‌دهد پس P_1 می‌نامیم

P_2

$$\frac{2}{T}\int R i_1 i_2\,dt = \frac{2R}{T}\int_0^T I_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1) \times I_2 \cos(\omega_2 t + \theta_2)\,dt$$

$$= \frac{R_1 I_1 I_2}{T}\int_0^T \left[\cos\left((\omega_1 + \omega_2)t + \theta_1 + \theta_2\right) + \cos\left((\omega_1 - \omega_2)t + \theta_1 - \theta_2\right)\right] dt$$

$$\underset{\omega_1 \neq \omega_2}{=} 0 \quad \text{!صفر}$$

با بزرگ در نظر گرفتن T که می‌توان روی چند دوره $\cos(\omega_1 + \omega_2)t$ و $\cos(\omega_1 - \omega_2)t$ انتگرال می‌گیریم

• $\omega_1 = \omega_2$

جلسهٔ سوم : $= \frac{2}{T} \int R i_1 i_2 \, dt \overset{\text{ساده کردن}}{=} R I_1 I_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)$

جلسهٔ دهم :

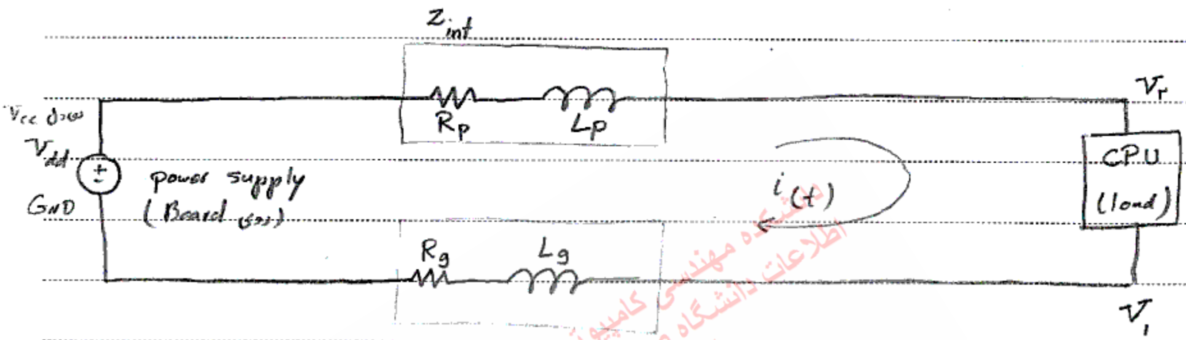
خلاصهٔ دو جلسهٔ قبل : (بعد از Quiz)

انتقال توان

۱- امپدانس Z مشخص خروجی منبع، باری که حداکثر توان را تحویل گیرد ($Z_L = Z_S^*$)
مثل اسپیکر 8Ω و دستگاه‌های 50Ω

۲- و انتقال با Z_{int} مشخص توان مصرفی هم مشخص. می‌خواهیم توان تلفاتی خط انتقال را به حداقل برسانیم (اصلاح ضریب توان power factor)

۳- انتقال توان در حالتی امپدانس بار مشخص است ولی میزان کاهش تغذیه تابعی از فرکانس باشد (دوگانه نیست)
و امپدانس مسیر مقدار مشخص است ⟸ استفاده از خازن bypass



اگر همه چیز ایده‌آل بود $V_2 = 3.3V$ و $V_1 = 0$ ولی این‌طور نیست

در این شرایط $\Longrightarrow$ $v_2(t) = V_{dd} - R_p i - L_p \frac{di}{dt}$

خیلی بد است V_2 هم بیفتد!

$v_1(t) = V_{GND} + R_g i + L_g \frac{di}{dt}$

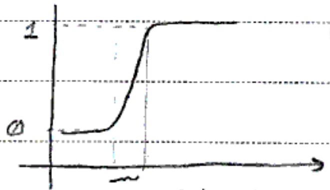
Subject:
Year. Month. Date. ( )

فرض کنیم توان P_{avg} برای CPU برابر 60_w باشد. فرض می کنیم که ولتاژ تغذیه CPU هم برابر 1.2_v باشد.

$\Longrightarrow$ $I_{avg} = \dfrac{60_w}{1.2_v} = 50_A$ (این اعداد، اعداد حقیقی است)

کشیده شده توسط CPU

فرض می کنیم در بازه های raise time و fall time فقط 10% از آن ها (Gate) تغییر وضعیت بدهند



= 50ps (پیکوثانیه)
(این هم حقیقی است)

در ضمن فرض می کنیم fall time = raise time

در این صورت

$$\frac{di}{dt} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{10\% \times 50}{50\ ps} = 10^{11}\ A/s \quad (!!!!!!)$$

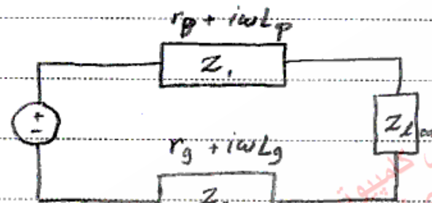
حتی اگر از L_p به اندازه ای برابر 1_{nH} بگیریم
لازم $L_p \times \frac{di}{dt}$ برابر 100_v می شود!

مشکل اساسی در این بوده: ۱. زمان 50_{ps} است

۲. جریان 50_A ← به دلیل نوع تکنولوژی نمی توان عوض کرد

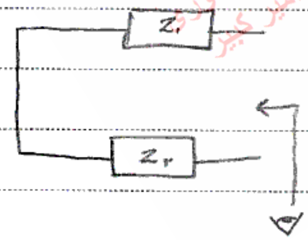
* ۳. ماهیت متغیر با زمان بودن $i(t)$ و $v_{1,2}(t)$ (از همه بدتر)

۴. تازه خازن بودن در نظر نگرفتیم !!!!



هر چه $\omega \uparrow$ آنگاه Z_1 و Z_2 $\uparrow$
در نتیجه $Z_L \downarrow$ (توان کمتر به بار می رسد)

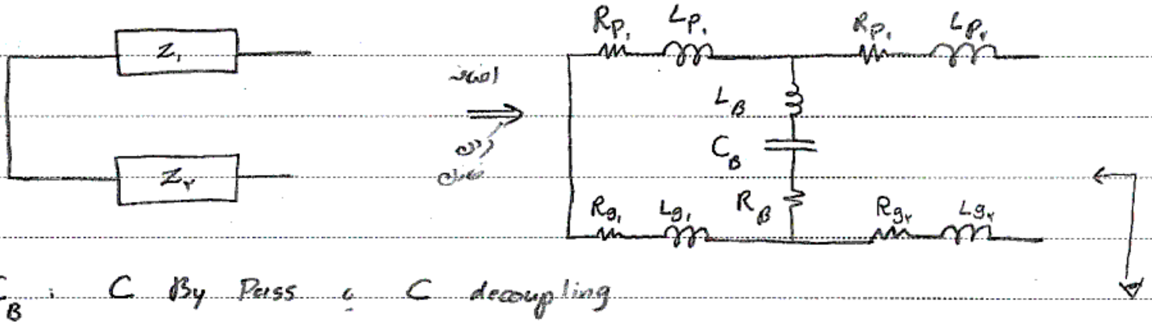
$\Longrightarrow$



$$Z_t(\omega) = R_p + R_g + i\omega(L_p + L_g)$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

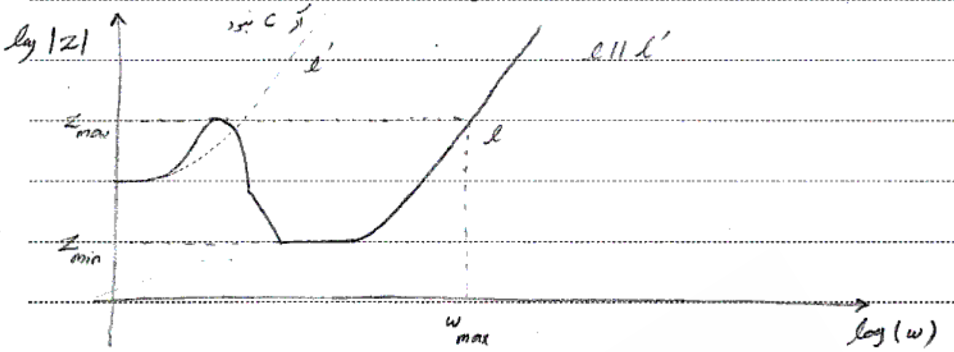


C_B : C By Pass یا C decoupling

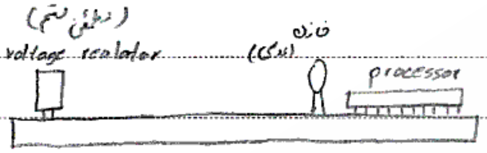
$R_{p_1} + R_{p_2} = R_p$

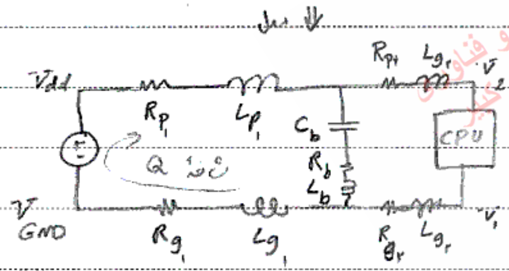
$L_{p_1} + L_{p_2} = L_p$ (و همین ترتیب برای R_g و L_g)

$$Z_{(\omega)} = \left((R_{p_1} + R_{g_1}) + i\omega (L_{p_1} + L_{g_1}) \right) \,\|\, \left(R_B + i\omega L_B + \frac{1}{i\omega C_B} \right)$$
(جدید)
$$+ \left[(R_{p_2} + R_{g_2}) + i\omega (L_{p_2} + L_{g_2}) \right]$$



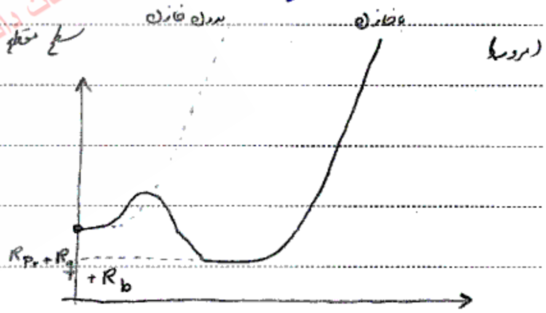
جلسه یازدهم





ورود (انتقال)

امپدانس مدل از دید CPU



تحلیل نمودار:

اگر ω=0 (نقطه شروع) را دید CPU خازن قطع است و سلف اتصال کوتاه پس

$$Z_{eq} = R_p + R_g$$

با افزایش ω جمله‌ی jωL افزایش می‌یابد و Z_{eq} افزایش می‌یابد. در این حالت با خازن یا بدون خازن چندان با هم متفاوت نیستند دو نمودار تقریباً منطبق اند.

به مرور افزایش ω امپدانس C_b افزایش می‌یابد این افزایش به پیک خود می‌رسد (هنگامی که امپدانس معادل شاخه خازن با شاخه Q یکی می‌شود)

بعد از آن پیک با افزایش ω امپدانس شاخه خازن کاهش می‌یابد. و عمده جریان از آن می‌گذرد Z_{eq} کاهش می‌یابد تا حدی بازه‌ای تقریباً مستقل از ω کاهش می‌شود (به خاطر رزونانس و رزونانس طبیعی مدار) و سپس به خاطر L_p و L_{g_2} و L_b مجدداً افزایش می‌یابد

تعیین L_{p_2} و L_{g_2} دست طراح است. اینکه کی اتصال خازن by pass را قرار دهد در Data sheet تأکید می‌شود که هر چه نزدیکتر به پردازنده قرار دهیم

در بازه کوچکی امپدانس مختلط صفر می‌شود در این نقطه $Z_{eq} = Z_{min} = r_b + r_g + r_p$

در پردازنده جلسه قبل:

$$I_{avg} = \frac{60_W}{1.2_V} = 50_A$$

کاهش آنی است

$\Delta I = 50_A \times 10\% = 5_A$ (فرض می‌کنیم [ترتیب مهندسی])

$\Delta V = \pm 8\%$ → (این عدد را Data sheet تعیین می‌کند)

$\pm 8\% \times 1.2 = 96_{mV}$

$$|Z_{max}| = \frac{\Delta V_{max}}{\Delta I} = \frac{96_{mV}}{5_A} = 19.2_{m\Omega}$$

قدر مطلق

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر خازن by pass نبود:

$$Z_{max} = \underbrace{R_p + R_g}_{\simeq 1_{m\Omega}} + i\omega(L_p + L_g)$$

(در مدار چاپی عدد 100_{nH} عدد معمول
مثالی برای خصوصیت سلفی مسیر است) (عدد واقعی)

$$|i\omega \times 100_{nH}| = 19.2 - 1 = 18.2$$

$$\Rightarrow 2\pi f \times 100_{nH} = 18.2 \Rightarrow f = \frac{18.2}{2\pi \times 100_{nH}} \Rightarrow f \simeq 30\ kHz$$

[بدون خازن]

اگر خازن باشد:

تقریب می‌زنیم: چون شاخهٔ Q امپدانس خیلی بالایی دارد فقط شاخهٔ خازن‌ها را در نظر می‌گیریم

$$Z = R_{p_2} + R_{g_2} + R_b + i\left(\omega L_{p_2} + \omega L_{g_2} + \omega L_b - \frac{1}{\omega C_b}\right)$$

معمولاً از خازن سرامیکی استفاده می‌کنیم که L_{self} کم داشته باشد.

معمولاً ۰/۱ قبلی است

ولی اینجا مقدار کوچکی می‌گیریم $0/2_{m\Omega}$

$$\Rightarrow \underbrace{\omega(L_{p_2} + L_{g_2} + L_b)}_{1_{nH}} - \frac{1}{\omega C_b} = 19_{m\Omega}$$

از درست طراحی کرده باشیم باید حدود ۱٪ قبلی باشد
[تقریب مهندسی]

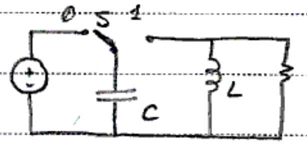
$$\Rightarrow \omega \times 10^{-9} - \frac{50000}{\omega} = 19 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \omega = 6$$

PAPCO

جلسهٔ سوم (تدریس یار)

در طراحی مدارات کنترلی معمولاً برای کنترل پایداری از feed back استفاده می‌شود و درجه سیستم حداقل ۲ است (درجهٔ معادلهٔ مشخصه). معمولاً پاسخ سیستم هم زیر میرا خواهد بود.



کلید S برای مدت طولانی در وضعیت صفر بوده و در $t=0$ به $t=1$ منتقل می‌شود.

هدف ما محاسبهٔ $i_{(t)}$ یا $v_{(t)}$ می‌باشد (جریان مقاومت و ولتاژ آن)

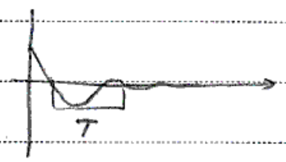
نکات کنترل سیستم خطی:

* برای یک سیستم مرتبهٔ ۲ با پاسخ میرای سریع:

$$T \leq 4t_s$$

t_s → زمان نشست (در مسئله ما $0/1_s$)

$$T \leq 4\times 0/1_s = 0/4$$



$$\Longrightarrow v_{(t)} = e^{-\alpha t}\left(A_1\cos\omega_d t + A_2\sin\omega_d t\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{2RC}$$

از کنترل خطی: برای آنکه یک سیستم زیر میرا نوسانات کمی داشته باشد و نوسانات سریع down شود $\alpha=2$ انتخاب می‌شود.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = 2 = \frac{1}{2RC}\\ R=4\Omega\end{array}\right\} \Longrightarrow C = \frac{1}{16}F \quad (\text{مسئلهٔ } C)$$

$$\omega_d = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega_d = \frac{2\pi}{0/4} = 5\pi \ \ rad/sec$$

$$\Longrightarrow \omega_0^2 = \underbrace{(5\pi)^2 + 2^2}_{\omega_d^2+\alpha^2} = \omega_0^2 \Longrightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Longrightarrow \boxed{L = ???}$$

$\simeq 0/065_H$

حال برای اعتبار پارامترهای طراحی شده باید تعیین کنیم که آیا در ۰/۱ ثانیه 1 ژول انرژی به مقاومت می‌رسد یا خیر؟

$$W = \int P_{(t)}\,dt = \int \frac{v^2_{(t)}}{R}\,dt = \int R I^2_{(t)}\,dt$$

$W = RI^2 t \longrightarrow$ در DC است
I_{eff} : تابع زمان نباشد

شرایط اولیه: $v_c(0) = 0 \quad I$

$$KCL: \quad \frac{C\,dv(0)}{dt} + i_L(t) + v_C(t) = 0$$

$$\frac{dv(0)}{dt} = -\frac{v_c(0)}{RC} - \frac{i_L(0)}{C} \Longrightarrow \left.\frac{dV}{dt}\right|_{t=0} = -۴۸ \ v/s$$

$$v_c(0) = A_1 \Longrightarrow A_1 = 12_v$$

$$\left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=0} = -\alpha e^{-\alpha t}(A_1 \cos\omega t + A_2 \sin\omega t) + e^{-\alpha t}(-A_1 \sin\omega t + A_2 \cos\omega t)$$

$$= -\alpha A_1 + A_2 \omega_d \Longrightarrow A_2 = \frac{-۴۸ + 2\times 12}{۱۵.۵۸}$$

$$A \simeq 1/59$$

$$\Longrightarrow v_{(t)} = e^{-2t}(12\cos\omega t - 1.5 \sin\omega t), \quad \omega = 15.58 \ rad/s$$

با صرف نظر از جمله sin نسبت به cos (دامنه عبارت سینوسی کوچک است)

$$\frac{v^2}{R} = 36 e^{-4t}\cos^2\omega_d t$$

$$\left.\begin{array}{l} P_{(0)} = 36_w \\ P_{(0/1)} \approx 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow$$ که می‌گوییم که در ۰/۱ تقریباً همه انرژی خازن به مقاومت داده شده است

$$W = \int P\,dt = \left(\tfrac{1}{2}\right)(36)(0/1) = 1/8_J$$

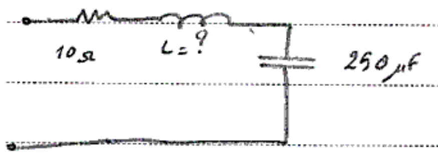
که از کجا آمده

خازن $\frac{1}{16}$ خیلی بزرگ است. مقاومت می‌سوزد؟ $P(0)$ با 36_W است و به صورت لحظه‌ای می‌رسد باید مقاومت را در نظر گرفت که این توان را تحمل کند.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

حل Design Problem 10.5 :

هدف : یافتن L که در $\omega = 400\ rad/s$ آنگاه $Z = 10\Omega$



$$\frac{1}{i\omega C} = \frac{-i}{\omega C} = \frac{-i}{400 \times 250\mu f}$$

$$Z_{eq} = 10 + i\omega L + \frac{-i}{400 \times 250\mu f} = 10 + i\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\right)$$

$$|Z_{eq}| = \sqrt{10^2 + (\ldots)^2}$$

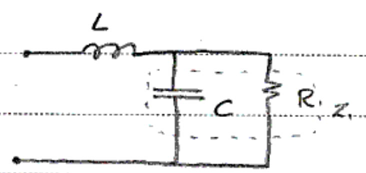
$$\angle Z = \tan^{-1}\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\right) = 0 \Rightarrow \omega^2 LC - 1 = 0 \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega^2}$$

شرط تشدید مدار

* هنگام تشدید: C، L موازی ⇐ مدار باز
* هنگام تشدید: C، L متوالی ⇐ مدار کوتاه

$$\Rightarrow L = \frac{1}{40} H$$

حل Design Problem 10.4 :



$$\begin{cases} Z = aR \\ 0 \leq a < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_L = L\omega \\ X_C = \frac{1}{C\omega} \end{cases}$$

در تعیین مقادیر المان‌های مدار

* شرط مسئله در طراحی باید ارضا شود.
* در صورت امکان شرایط بهینه به عنوان پارامتر مؤثر در مقادیر قطعات المان در نظر گرفتن از مقادیر در دسترس استفاده کنیم

$$Z_1 = \frac{R \times \frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{R}{1 + i\omega RC}, \quad Z_{eq} = i\omega L + Z_1$$

$$\Rightarrow Z_{eq} = i\left(\omega L - \frac{\omega R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2}\right) + \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = aR$$

$$\frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = aR \Rightarrow \omega C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{1}{a} - 1} \Rightarrow X_C = \frac{R}{\sqrt{1/a - 1}}$$

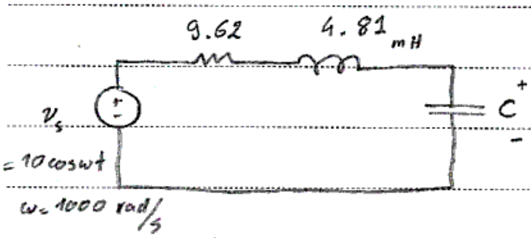
Subject:
Year. Month. Date. ( )

ساده‌ی فرم دادن کسر های موهومی $\Rightarrow (\omega L) = \dfrac{aR^2C}{1+R^2\omega^2C^2} \xRightarrow{\text{جایگذاری}} \omega L = \dfrac{R^2\left(\frac{1}{R}\sqrt{1/a-1}\right)}{1+R^2\left(\frac{1}{R^2}(1/a-1)\right)}$

$$\omega L = X_L = aR\sqrt{1/a-1}$$

* اگر در حل تئوری یک مسئله‌ٔ طراحی تعداد معادلات از مجهولات بیشتر بود باید به تعداد لازم مجهولات را مقدار دهیم (فرض کنیم)

حل Design Problem 10.3



KVL: $10\angle 0 = 9.62\, I + i\, 4.81\times 10^{3}\times 10^{-3} - \dfrac{i\times 10^{-3}}{C}$

$$\Rightarrow V_C = I \cdot \frac{-i\times 10^{-3}}{C} = \frac{10^{-3}}{\underbrace{(10^{-3} - 4.81C)}_{a} + i\underbrace{9.62C}_{b}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |V_C| = \dfrac{10^{-3}}{\sqrt{a^2+b^2}} = A \\ \varphi(V_C) = \theta = -\tan^{-1}\left(\dfrac{9.62C}{10^{-3}-4.81C}\right) \end{cases}$$

$\Rightarrow v_C(t) = A\cos(\omega t + \theta)$

$|V_C|$ زمانی Max است که مخرج Min باشد حال این کار مشتق می‌گیریم:

$$\frac{d}{dC}\left(\sqrt{(10^{-3} - 4.81C)^2 + (9.62C)^2}\right) = 0 \Longrightarrow C = 0/5\ \mu F$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

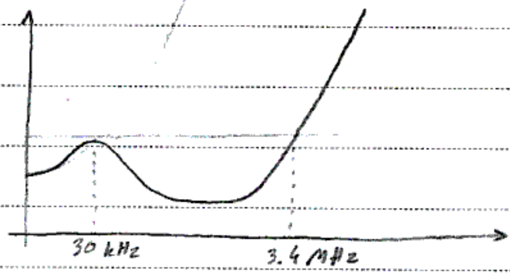
$c^2 = a^2 + b^2$

جلسه دوازدهم

if $C_b = 20\ \mu F \Rightarrow \left| 10^{-9}\omega - \frac{5 \times 10^4}{\omega} \right| = 19 \times 10^{-3}$

$\xRightarrow{\text{حل در این صورت}} \omega^2 - 19 \times 10^6 \omega - 5 \times 10^{13} = 0$

$\xRightarrow{\text{جواب}} \omega = 2.16 \times 10^7\ rad/s \Rightarrow \boxed{\nu = 3.4\ MHz}$ زمانی



if $C_b = 200\ \mu F$ انتظار داریم که ω کمتر شود ولی نه خیلی زیاد، چون جمله W نسبت به $\frac{1}{\omega C_b}$ بستگی ندارد و $\omega(L_p + L_g + L_b)$ هم وابسته است

حل در این صورت و جواب $\Rightarrow \omega = \frac{19 \pm 49.5}{2} \times 10^6\ rad/s$

$\Rightarrow \omega = 19.25 \times 10^6\ rad/s \Rightarrow \boxed{\nu = 3.0\ MHz}$

if $C_b = 2\ \mu F$

$\Rightarrow \omega = \frac{19.0 \pm 48.6}{2} \times 10^6\ \frac{rad}{s} \Rightarrow \boxed{\nu = 5.36\ MHz}$

از این اعداد می‌بینیم که: C_b کوچکتر $\Longrightarrow$ فرکانس بالاتر

if $f_{max} = 1\ GHz \Rightarrow \omega = 6.28 \times 10^9\ rad/s$

$\Rightarrow \left| \underbrace{10^{-9} \times \omega}_{\text{تقریبا}} - \frac{1}{C_b \omega} \right| = 19.0 \times 10^{-3}$

$\xRightarrow[\text{قدر مطلق}]{\text{حالت} +} 6.28 - 0.019 = \frac{1}{6.28 \times 10^9 C_b} \Rightarrow \boxed{C_b \simeq 25\ pF}$

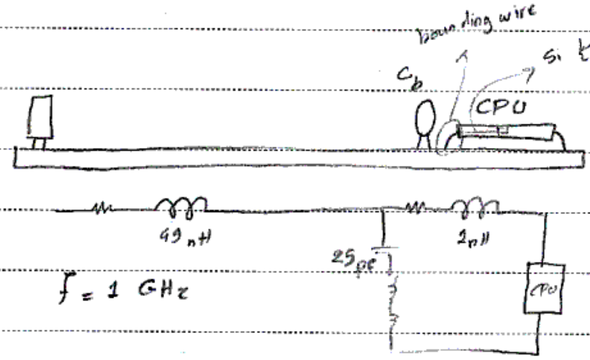
$\xRightarrow[\text{قدر مطلق}]{\text{حالت} -} 6.28 + 0.019 = \frac{1}{6.28 \times 10^9 C_b} \Rightarrow$ (البته بدست می‌آید ولی منفی است)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

از نظر ریاضی $\forall f \Rightarrow \exists C_b \Rightarrow \checkmark$

ولی از نظر عملی نمی‌توانیم چنین خازنی تهیه کنیم.

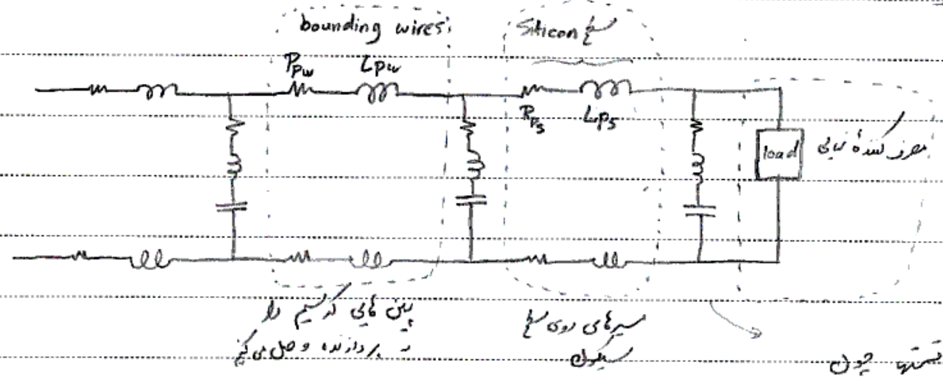
راه حل: زیرا ز می‌کرده بودیم اگر V_{CC}



$f = 1\ GHz$ $\Longrightarrow$ باز هم کار نمی‌کند!!

به دلیل bounding wire ها.

بدل کردن $\Longrightarrow$ bounding wire و Silicon



در این قسمت چون روی سطح خود پردازنده است می‌توان خازن با 25pF ساخت.

تمرین: با یک عدد خازن by pass یک منحنی بدست آوردیم. به طور حسی همین نمودار را با چند خازن by pass بنویسید.

آنچه که گذشت:

$$\left| r_b + r_{g_2} + r_{p_1} + i\omega\left(L_{p_2} + L_{g_2} + L_b\right)\right| = Z_{max}$$

بدون تقریب

$$\Rightarrow \left| R + iX \right| = Z_{max} \Rightarrow \sqrt{R^2 + X^2} = Z_{max} \Rightarrow X_{acc} = \ldots$$

X دقیق accurate

تقریب

$$\Rightarrow |X| = Z_{max} - R \Rightarrow X_{تقریب} = \ldots$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

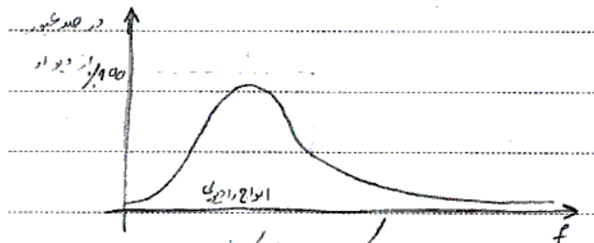
تمرین: این ترتیب را تحلیل کنید.

تمرین: Design Problem های فصل ۵ به جز سوال ۵.

جلسه‌ی سیزدهم:

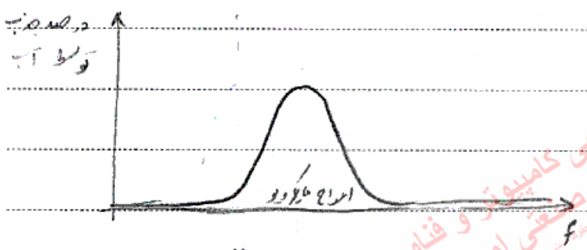
فصل سیزدهم:

Frequency Response

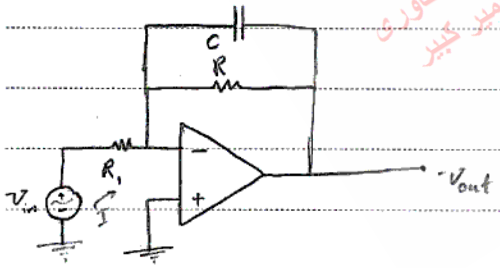


(نمودار کیفی است / کمّی نیست)

رفتاری که دیوار نشان می‌دهد نسبت به یک فرکانس موج مغناطیسی در شکل روبه‌رو است. دیوار هم امواج را select می‌کند. به این نمودار پاسخ فرکانسی می‌گویند.



مثال:



$$I = \frac{V_{in}}{R_1} \quad \text{(phasors)}$$

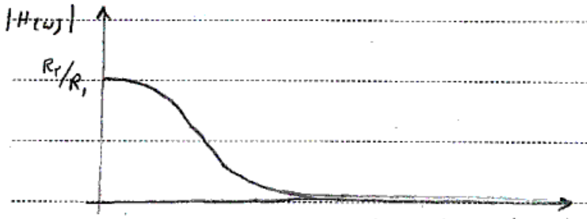
$$V_{out} = -I\left(\frac{R_2 \times \frac{1}{i\omega C}}{R_2 + \frac{1}{i\omega C}}\right)$$

$$= -\frac{V_{in}}{R_1}\left(\frac{R_2}{1 + i\omega C R_2}\right)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\frac{V_{out}(\omega)}{V_{in}(\omega)} = \frac{-R_2}{R_1(1+j\omega C R_2)} = H_{(\omega)}$$

می‌خواهیم $|H(\omega)|$ را رسم کنیم



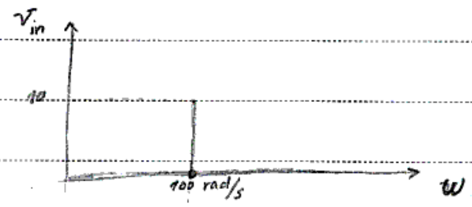
$$|H_{(\omega)}| = \frac{R_2}{R_1\sqrt{1+\omega^2 C_2^2 R_2^2}}$$

$$\varphi(H_{(\omega)}) = \tan^{-1}(-\omega C R_2)$$

|پاسخ فرکانسی مدار|

($H_{(\omega)}$ را در بردو ج ضرب می‌کنیم و بخش موهومی را به حقیقی تقسیم می‌کنیم)

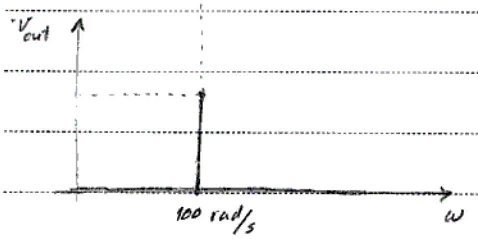
* در یک سیستم اگر پاسخ ضربه را داشته باشیم یک توصیف تمام عیار (کامل) از آن سیستم است



$$V_{in} = 10 \angle 0$$

$v_{in} = 10\cos(\omega t+\theta)$, $\theta = 0$, $\omega = 100$ rad/s

$v_{out} = \dots \cos(\omega t + \dots)$



$$V_{out} = H_{(\omega)} * V_{in}$$

* اشکالات: صفحه ۵۲۲ کتاب Dorf سوال 11.3-2 قسمت b: که بخواهیم بریم سراغ بحث معادل
که اگر و به روابط منفی بریم فرکانس [تون] دو برابر می‌شود.

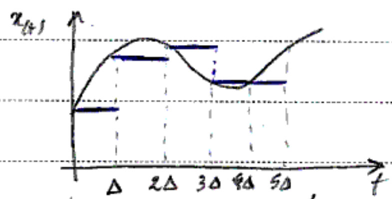
* سوال 11-4-2 صفحه ۵۲۵

* صفحه ۵۲۸: بالای صفحه چطوری که $Z_{(\omega)}$ را بی‌نهایت در نظر گرفتیم $\frac{V_m}{I_m}$ می‌رسید؟

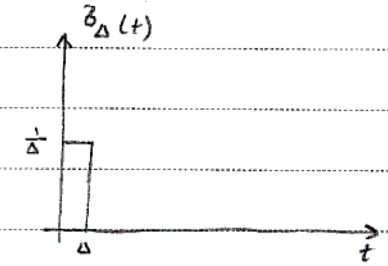
Subject:
Year. Month. Date. ( )

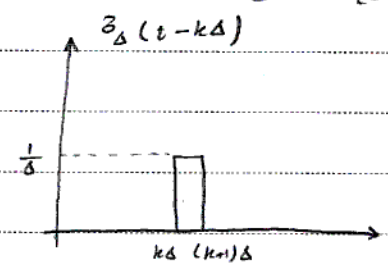
جلسهٔ چهاردهم:

با استفاده از پاسخ ضربه می‌توان پاسخ یک مدار با هر ورودی را بدست آورد.



رنگ آبی: تقریبی از شکل موج ورودی $\Delta \to 0 \Rightarrow$ تقریب ← نمودار





$$x(t) \simeq \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta)\,\delta_\Delta(t-k\Delta)\,\Delta$$

(جمع به صورت super position تکه‌های آبی نمودار)

$$\Rightarrow x(t) = \lim_{\Delta\to 0} \sum_{k} x(k\Delta)\,\delta_\Delta(t-k\Delta)\,\Delta = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\,\delta(t-\tau)\,d\tau$$

$$y(t) \simeq \sum_{k} x(k\Delta)\,\underbrace{h(t-k\Delta)}_{\text{تقریبی از پاسخ ضربه}}\,\Delta$$

$$\Rightarrow y(t) = \lim_{\Delta\to 0} \sum_{k} x(k\Delta)\,h(t-k\Delta)\,\Delta$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\,h(t-\tau)\,d\tau$$

(انتگرال کانولوشن)

$$\Delta \to 0 \Rightarrow k\Delta \to \tau$$

$$\Rightarrow \underbrace{h_\Delta(t-k\Delta)}_{\text{تقریب خوبی}} \longrightarrow h(t-\tau)$$

$$\Rightarrow \Delta \longrightarrow d\tau$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

هر تابع ورودی را می‌توانیم به صورت جمع ای از تابع ضربه بنویسیم به همین دلیل با پاسخ ضربه می‌توان جواب هر سیگنال ورودی را بدست آوریم. هیچ تابع دیگری نیست که بتوان مستقل از ورودی که به این نتیجه رسید.

شرط‌های این کار:

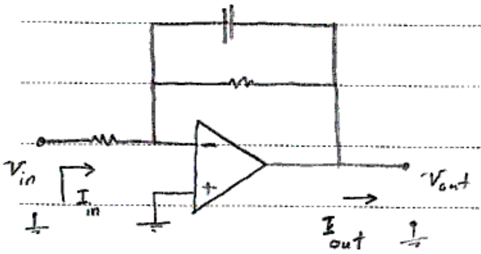
* خطی بودن
* شرط تغییر ناپذیری با زمان ← اینکه پاسخ را شیفت کنیم: $\delta_\Delta(t-k\Delta)$
بار شیفت شده $\delta_\Delta(t)$

از جلسهٔ قبل:

$$\frac{V_{out}(\omega)}{V_{in}(\omega)} = \frac{-R_2}{R_1(1+i\omega C R_2)} \equiv H(\omega)$$

$$y(t) \equiv x(t) * h(t)$$ تعریف (یک نماد مثل کانولوشن)

$$Y(\omega) = X(\omega) \times H(\omega)$$ کانولوشن در حوزهٔ زمان = ضرب در حوزهٔ فرکانس



معادل تابع ضربه در حوزهٔ فرکانس برابر 1 است

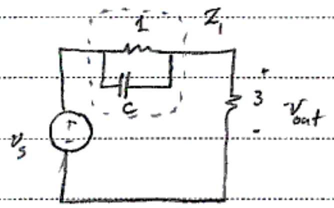
$$H(\omega) = (\text{معادل تابع ضربه})\, H(\omega) \Rightarrow (\text{معادل ضربه}) = 1$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ چهارم (تدریس یار)

Design Problem 10.2:



$$\Rightarrow Z_1 = \frac{1}{1+i\omega C}$$

$v_s = 15\sqrt{2}\cos(3t)$

$v_{out} = 9\cos(3t+\varphi)$

$$\xrightarrow{\text{نیم فاز}} V_{out} = \frac{3}{3+\frac{1}{1+\omega iC}} \times V_s =$$

$$\Longrightarrow 9\angle\varphi = \frac{\cancel{3}}{3+\frac{1}{1+i\omega C}} \times \overset{5}{\cancel{15}}\sqrt{2}\angle 0$$

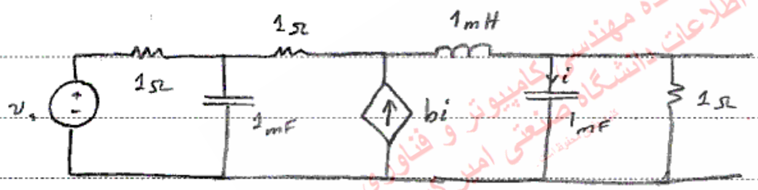
$$\xRightarrow{\text{ساده کردن}} I_1 = \frac{5\sqrt{2}\,(1+i3C)}{4+9Ci} = 1\angle\varphi$$

$$|I_1| = \frac{5\sqrt{2}\sqrt{1+9C^2}}{\sqrt{16+81C^2}} = 1 \xRightarrow{\text{ساده کردن}} C^2 < 0$$

هیچ C ای وجود ندارد که
در این حالت ... و نتیجهٔ خود را گرفته‌ایم

$$\angle I_1 = \tan^{-1}\frac{3C}{1} - \tan^{-1}\frac{9C}{4} = \varphi$$

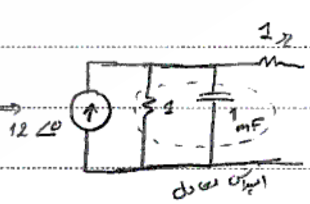
Design Problem 10.6:

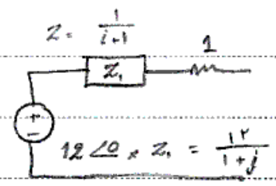


$v_s = 12\cos(1000t)$

$v_{out} = 6\cos(1000t)$

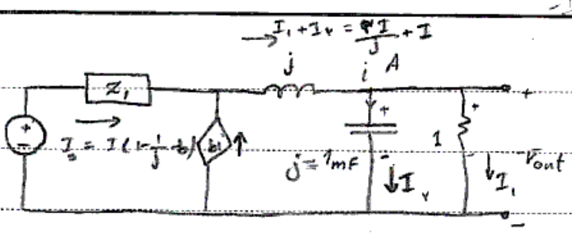
$b = ?$

$\Longrightarrow$ 

$\Longrightarrow$ 

$-bI-\frac{I}{j}$

$-I\left(b+\frac{1}{j}\right)$



$I_1 = \frac{I}{j}$

$I_2 = I$

$$V_a = V_a = I \times \frac{1}{j} = \frac{I}{j}$$

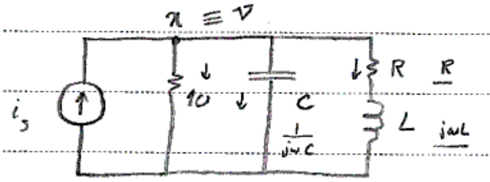
$$I_1 = \frac{V_a}{1} = \frac{I}{j}$$

KVL $\Rightarrow$ $\frac{12}{1+j} = \left(\frac{2+j}{1+j}\right)\left[I\left(1+\frac{1}{j}+b\right)\right] + \frac{I}{j} + I\left(1+\frac{1}{j}\right)(j)$

$I_1 \times 1 = V_{out} \Rightarrow \frac{I}{j} = 4 \Rightarrow I = 4j$ $\quad$ II

I, II $\Rightarrow 12 = 6b + j(24-12) \Rightarrow b = 2$

Design Problem 1:



$i_s = 10\cos(1000t) \equiv 10\angle 0$

$v_x = A_0 \cos(1000t - \theta)$

$-40^\circ < \theta < 40^\circ$

x ، KCL : $10 = \frac{v}{10} + \frac{v}{\frac{1}{j\omega C}} + \frac{v}{R+j\omega L}$

III

$\Rightarrow (R+10-10\omega^2 LC) + j(\omega L + 10\omega RC) = \frac{10}{80\angle -\theta}(10R + 10j\omega L)$

طرف اول : $\sqrt{(R+10-10\omega^2 LC)^2 + (\omega L + 10\omega RC)^2}\ \angle \tan^{-1}\left(\frac{\omega L + 10\omega RC}{R+10-10\omega^2 LC}\right)$

||

طرف دوم : $\frac{10}{80}\sqrt{(10R)^2 + (10\omega L)^2}\ \angle \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) + \theta$

مساوی
$\Rightarrow \frac{\sqrt{(R+10-10\omega^2 LC)^2 + (\omega L + 10\omega RC)^2}}{\sqrt{(10R)^2 + (10\omega L)^2}} = \frac{1}{8}$ $\quad$ I

تساوی اندازه

برابر بودن زاویه دو طرف $\Longrightarrow \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega L + 10\omega RC}{R+10-10\omega^2 LC}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega L}{R}\right) + \theta$ $\quad II$

θ به گونه‌ای معلوم است. (بازه‌ای داده شده است)

در معادله I و II داریم با سه مجهول R و L و C، مقدار مقاومت را فرض می‌کنیم ($R = 20\Omega$). شرایط مرزی θ را در معادله قرار می‌دهیم دو مجموعه جواب برای L و C از معادلات بدست می‌آید:

$$\theta = -40^\circ \Rightarrow L_1, C_1 \qquad\qquad \Rightarrow \begin{cases} C \in (C_1, C_2) \\ L \in (L_1, L_2) \end{cases}$$
$$\theta = 40 \Rightarrow L_2, C_2$$

این مسئله به ازای $\theta = 0$ نیز صادق است.

$\theta = 0$ در III $\Longrightarrow (R + 10 - 10\omega^2 LC) + i(\omega L + 10R\omega C) = 1.25(R + j\omega L)$

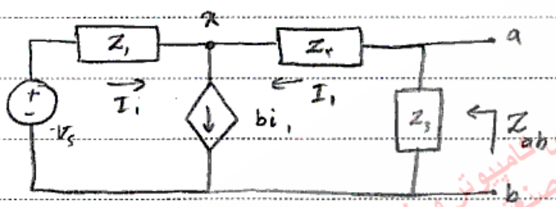
تساوی قسمت‌های حقیقی و موهومی $\Longrightarrow \begin{cases} R + 10 + 10\omega^2 LC = 1.25R \\ \omega L + 10R\omega C = 1.25\omega L \end{cases}$

توضیحات بالا مهم است!!!

$R = 20,\ \omega = 1000 \Longrightarrow R = 20_\Omega,\ L = 30_{mH},\ C = 25_{\mu F} \Longrightarrow \theta = 0$ ✓

Design Problem 7:

هنگام KVL پلاریته جهت ورود را + می‌گیریم، که البته سوال قید کرده بود.



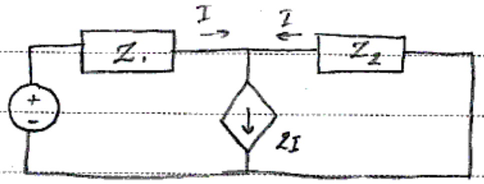
$b = 2 \quad ; \quad Z_{ab} = 14.1\angle{-\pi/4}$

تعریف $\Longrightarrow Z_{ab} = \dfrac{V_{oc}}{I_{sc}}$

$$\begin{cases} KVL: \quad V_s = Z_1 I_1 - Z_2 I_1 - Z_3 I_1 \Rightarrow V_s = I_1(Z_1 - Z_2 - Z_3) \quad I \\ V_{oc} = -Z_3 I_1 \end{cases}$$

open Circuit

$$\Rightarrow V_{oc} = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3 - Z_1} V_s$$



$I_{sc} = -I$

short circuit

KVL : $V_s = I Z_1 - I Z_2$

$$\Rightarrow V_s = I_{sc}(Z_2 - Z_1) \Rightarrow I_{sc} = \frac{V_s}{Z_2 - Z_1} \quad \mathrm{II}$$

$$\xRightarrow{\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{II}}} Z_{ab} = \frac{Z_3(Z_2 - Z_1)}{Z_3 + Z_2 - Z_1}$$

* در طراحی ۴ نحوهٔ امپدانس متصل به منبع ولتاژ متفاوت است. (بالای کنترل و پایین ورودی مدار) . ما هم Z_1 را مقاومت فرض می‌کنیم:

$$Z_1 = R \quad \Rightarrow Z_{ab} = \frac{Z_3(Z_2 - R)}{Z_3 + Z_2 - R} = 14.1 \angle^{-\pi/4}$$

حالت اول: $Z_2 : L$, $Z_3 : C$ یعنی:

$Z_3 = \frac{1}{i\omega C}$

$Z_2 = i\omega L$

$$\xRightarrow[\text{در } Z_{ab} \text{ و ساده کردن}]{\text{قرار دادن}} Z_{ab} = \frac{i\omega L - R}{(1-\omega^2 LC) - i\omega RC} = 14.1 \angle^{-\pi/4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega^2 RC)^2}} = 14.1 \\ \tan^{-1}\left(\dfrac{-\omega L}{R}\right) - \tan^{-1}\left(\dfrac{-\omega RC}{1-\omega^2 LC}\right) = -\pi/4 \end{cases}$$

حالت دوم: $Z_2 : C$, $Z_3 : L$

$Z_3 = i\omega L$

$Z_2 = \frac{1}{i\omega C}$ $\quad Z_{ab} = \dfrac{j\omega L + \omega^2 LCR}{(1-\omega^2 LC) - j\omega RC} = 14.1 \angle^{-\pi/4}$

$$\xRightarrow[\text{در } Z_{ab} \text{ و ساده کردن}]{\text{قرار دادن}} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\sqrt{\omega^2 L^2 + (\omega^2 LCR)^2}}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}} = 14.1 \quad \mathrm{I} \\ \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega L}{\omega^2 LCR}\right) - \tan^{-1}\left(\dfrac{-\omega RC}{1-\omega^2 LC}\right) = -\pi/4 \end{cases}$$

• دقت در معادلات با بکار دادن $\omega^2 LC = 1$ معادلات ساده تر می‌شود. این شرط را برای ساده کردن طراحی خودمان به مسئله اضافه می‌کنیم.

$$\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{\omega^2 LCR}\right) - \underbrace{\tan^{-1}\left(\frac{\omega RC}{\omega^2 LC-1}\right)}_{\pi/2} = -\pi/4$$

$$\Rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \omega L = R \Rightarrow \boxed{L = \frac{R}{\omega} \quad \text{II} \qquad C = \frac{1}{R\omega} \quad \text{III}}$$

III و II در I قرار می‌دهیم $\Longrightarrow$ $\boxed{R = ???}$ معلوم $\Rightarrow$ L , C معلوم

برگردیم به حالت اول: اگر $\omega^2 LC = 1$ فرض نشود.

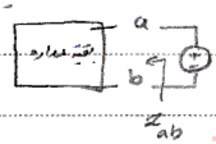
$$\xrightarrow[\text{در رابطه}]{\text{فرض}} \tan^{-1}\left(\frac{-\omega L}{R}\right) - \pi/2 = -\pi/4$$

$$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{-\omega L}{R} = \pi/4 \quad \times$$

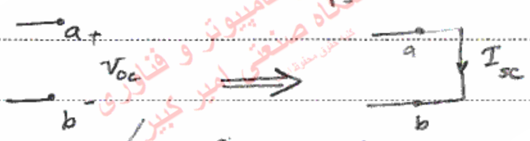
تانژانت عدد + منفی نمی‌شود.

نکته:

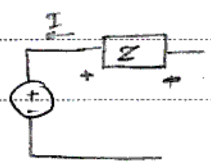
• انتخاب پلاریته‌ها و جریان‌ها در جاهای مدار: در جاهایی که می‌خواهیم امپدانس معادل از دو نقطه a و b بدست آوریم اگر منبع تست قرار می‌دهیم آنگاه $Z_{ab} = \frac{V_T}{I_T}$



اگر Z_{ab} را از رابطه $\frac{V_{oc}}{I_{sc}}$ بدست آوریم



• در حالتهای عادی KVL و KCL: جهت دلخواهی را انتخاب می‌کنیم. در جهت حرکت در امپدانس‌ها رسیدیم اول سر را به عنوان پلاریته + در نظر می‌گیریم در نوشتن رابطه KVL. اگر جهت جریان خلاف جهت KVL حل شده عبارت ولتاژی مربوط به جریان منفی است



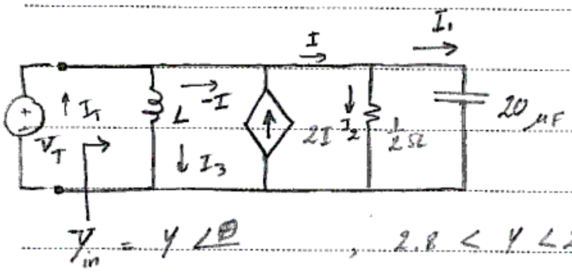
$$V_s = -IZ$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر جهت KVL داده نشده باشد هر جهتی را می‌توان اکی فرض کرد.

– در منابع مستقل ولتاژ و جریان، جریان از سر پلاریته + منبع خارج می‌شود

Design Problem 11.3:



$Y_{in} = Y\angle\theta$, $2.8 < Y < 2.9$

$\omega = 50\ k\ rad/s$

$L, \theta = ?$

$$I_1 = \frac{V_T}{(j\omega C)^{-1}} = iV_T\omega C \quad , \quad I_2 = \frac{V_T}{\frac{1}{2}} = 2V_T$$

KCL $\Rightarrow$ $I = I_1 + I_2 = V_T(2 + i\omega C)$

KCL $\Rightarrow$ $-I = -V_T(2 + i\omega C)$

$$I_3 = \frac{V_T}{i\omega L} = \frac{-iV_T}{\omega L}$$

$$I_T = I_3 - I = \frac{-j\cdot V_T}{\omega L} - V_T(2 + i\omega C)$$

$$\Rightarrow Y_{in} = \frac{I_T}{V_T} = -2 + i\left(\frac{-1}{\omega L} - \omega C\right)$$

$$|Y_{in}| = \sqrt{2^2 + \left(\frac{+1}{\omega L} + \omega C\right)^2} \quad , \quad \omega C = 50_k \times 20_{\mu F} = 1$$

$$\rightarrow |Y_{in}| = \sqrt{4 + \left(\frac{+1}{\omega L} + 1\right)^2}$$

$$\Rightarrow \quad 2.8 < \sqrt{4 + \left(\frac{1}{\omega L} + 1\right)^2} < 2.9$$

$$\Rightarrow \quad ??? < L < ???$$

$$\angle Y_{in} = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{\omega L} + 1}{2}\right) \qquad \begin{cases} L = 6.8 \times 10^{-6} \Rightarrow \theta = 18.9^\circ \\ L = 6.2 \times 10^{-6} \Rightarrow \theta = 18.32^\circ \end{cases}$$

Design Problem 11.4:

$$Z_4 = Z_1 \parallel Z_2 \parallel Z_3 \Rightarrow \frac{1}{Z_4} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \qquad \left(x = \frac{1}{\omega C}\right.$$

$$= \frac{1}{5.2 + 3i} + \frac{1}{6 + ix} + \frac{1}{5 + j4}$$

$\xRightarrow{\text{ساده کردن}}$ به یک معادله عجیب و غریب می‌رسیم

$$Z_{in} = 2 + Z_4 = \frac{(234.4 + 49.8x) + i(298.4 - 34.4x)}{(75.3 + 7x) + i(41.8 - 10.2x)}$$

$$4.2 < |Z_{in}| < 4.6 \Rightarrow \; ! < x < !$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

محاسبات مربوط به Power Factor: (صفحه 532 از کتاب)

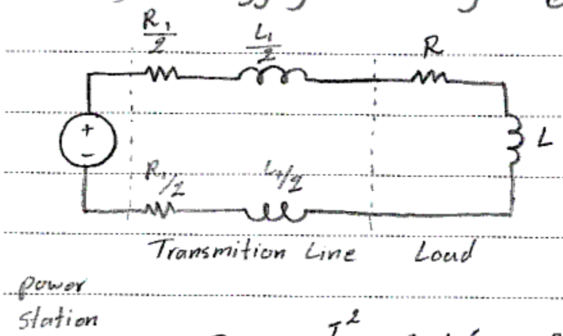
$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i) \quad , \quad |S| = \frac{V_m I_m}{2} \text{ (apparent power)}$$

$pf = \cos(\theta_v - \theta_i)$ به نسبت توان متوسط به apparent power، power factor می‌گویند:

$\underbrace{\theta_v - \theta_i}_{\text{Power Factor Angle}}$

$$\Longrightarrow P_{avg} = \frac{V_m I_m}{2} pf$$

به دلیل زوج بودن تابع cos هنگام محاسبه زاویه pf به مشکل می‌خوریم و به اطلاعات اضافه‌تر نیاز داریم. بسته به مثبت یا منفی بودن زاویه pf به آن leading و lagging می‌گویند.



$$Z_{line} = R_1/2 + R_1/2 + i\omega L_1/2 + i\omega L_1/2 = R_1 + i\omega L_1$$

مقدار متوسط توان مصرف شده در خط:

$$P_{line} = \frac{I_m^2}{2} \text{Real}\{Z_{line}\} = \frac{I_m^2}{2} R_1$$

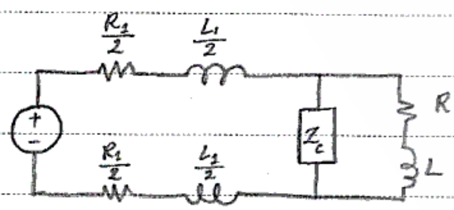
با توجه به اینکه مصرف کننده ولتاژ ثابت V_m را دارد و نیز توان ثابتی را می‌خواهد داریم:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} pf \Longrightarrow I_m = \frac{2P}{V_m pf}$$

$$\Longrightarrow P_{line} = 2R_1 \left(\frac{P}{V_m pf}\right)^2$$

با توجه به رابطه بالا، افزایش pf سبب کاهش مصرف در خط انتقال می‌شود. از آنجا که pf کسینوس یک زاویه است حداکثر مقدار آن 1 می‌شود. این زمانی رخ می‌دهد که $\theta_v = \theta_i$ باشد یعنی حالت (بار مصرف کننده) مقاومتی داشته باشد (بار ما موهومی نداشته باشد).

برای تصحیح pf یک امپدانس به مدار اضافه می‌کنیم. pf حاصل شده را cpf می‌نامیم که زاویه θ_c دارد.



Subject:
Year. Month. Date. ( )

$Z_{load} = R + iX$, $Z_c = iX_c$ (ظرفیت امپدانس اضافه شده توان متوسط نداشته باشد)

(امپدانس معادل load و Z_c) $Z_p = \dfrac{Z Z_c}{Z + Z_c}$

$$\Rightarrow Z_p = R_p + iX_p = Z_p \angle \theta_p$$

$$\Rightarrow pfc = \cos\theta_p = \cos\left(\tan^{-1}\frac{X_p}{R_p}\right)$$

حال محاسبه X_p و R_p :

$$Z_p = \frac{(R+iX)\, iX_c}{R + i(X_c + X)}$$

$$= \frac{RX_c^2 + i\left(R^2 X_c + (X+X_c)XX_c\right)}{R^2 + (X+X_c)^2}$$

$$= \frac{RX_c^2}{R^2+(X+X_c)^2} + i\,\frac{R^2X_c + (X+X_c)XX_c}{R^2+(X+X_c)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{X_p}{R_p} = \frac{R^2 + X(X+X_c)}{RX_c} = \tan(\cos^{-1} pfc)$$

$$\Rightarrow X_c = \frac{R^2 + X^2}{R\tan(\cos^{-1} cpf) - X}$$

بسته به مقادیر X ، R ، $\tan(\cos^{-1} cpf)$ مقدار X_c می‌تواند + یا − باشد. به طور معمول Z_{load} به صورت سلفی است. و برای Z_c باید یک امپدانس خازنی قرار دهیم.

$$Z_c = \frac{-i}{wC} = iX_c$$

توجه داشته باشید که معمولاً X_c را منفی محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{-1}{wC} = \frac{R^2+X^2}{R\tan(\cos^{-1} cpf) - X}$$

$$\Rightarrow \omega C = \frac{R\tan(\cos^{-1} cpf) - X}{R^2+X^2} = \frac{R}{R^2+X^2}\left(\frac{X}{R} - \tan(\cos^{-1} cpf)\right)$$

$$\xrightarrow{\theta = \tan^{-1}\frac{X}{R}} \quad \omega C = \frac{R}{R^2+X^2}\left(\tan\theta - \tan\theta_c\right)$$

که در آن $\theta = \cos^{-1}(pf)$
$\theta_c = \cos^{-1}(cpf)$

PAPCO

جلسه یازدهم:

حل سوال پنج نرکانسی امتحان میان‌ترم

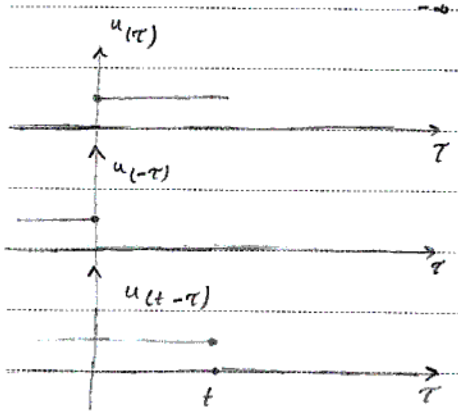
$h_1(t) = u(t)$

$h_2(t) = 2t\,e^{-t}u(t)$

$x(t) = \cos(t)$

$$y_1(t) = h_1(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\tau)\, u(t-\tau)\, d\tau$$

$$\Longrightarrow \quad = \int_{-\infty}^{t} \cos(\tau)\, u(t-\tau)\, d\tau + \int_{t}^{\infty} \cos(\tau)\, u(t-\tau)\, d\tau$$



$$= \int_{-\infty}^{t} \cos(\tau)\, d\tau = \sin(t) \quad !!!$$

$$y_2(t) = h_2(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos\tau \cdot 2(t-\tau)\, e^{-(t-\tau)} \times u(t-\tau)\, d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{t} \left[2t\cos\tau\, e^{\tau} e^{-t} - 2\tau\cos\tau\, e^{\tau} e^{-t} \right] d\tau$$

$$= 2t\,e^{-t} \int_{-\infty}^{t} e^{\tau}\cos(\tau)\, d\tau - 2e^{-t} \int_{-\infty}^{t} \tau\cos(\tau)\, e^{\tau}\, d\tau$$

$$\int \underbrace{\cos(\tau)}_{u} \underbrace{e^{\tau} d\tau}_{dv} = \cos(\tau) e^{\tau} + \int \sin(\tau) e^{\tau} d\tau$$

$$= \sin(\tau) e^{\tau} - \int \cos(\tau) e^{\tau} d\tau$$

$$\Rightarrow \int \cos(\tau) e^{\tau} d\tau = \frac{e^{\tau}}{2} \left(\sin(\tau) + \cos(\tau) \right)$$

$$\int \underbrace{\tau}_{u} \underbrace{\cos(\tau) e^{\tau} d\tau}_{dv} = \frac{\tau e^{\tau}}{2} (\sin\tau + \cos\tau) - \int \frac{e^{\tau}}{2} (\sin\tau + \cos\tau) d\tau$$

$$\frac{e^{\tau}}{4} (\sin\tau + \cos\tau) + \frac{-e^{\tau}}{4} (\cos\tau - \sin\tau)$$

$$= \frac{\tau e^{\tau}}{2} (\sin\tau + \cos\tau) - \frac{1}{2} \left[\frac{e^{\tau}}{2} \times 2 \sin\tau \right]$$

$$= \frac{\tau e^{\tau}}{2} (\sin\tau + \cos\tau) - \frac{e^{\tau}}{2} \sin\tau$$

$$\Rightarrow = 2t e^{-t} \left[\frac{1}{2} e^{\tau} (\sin\tau + \cos\tau) \right]_{-\infty}^{t} - 2e^{-t} \left[\frac{\tau e^{\tau}}{2} (\sin\tau + \cos\tau) - \frac{e^{\tau}}{2} \sin\tau \right]_{-\infty}^{t}$$

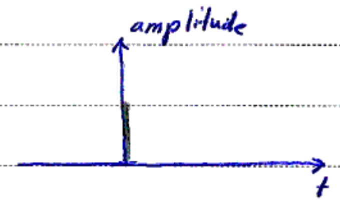
$$= 2t e^{-t} e^{t} (\sin t + \cos t) - 0 - e^{-t} + e^{t} (\sin t + \cos t) + e^{t} e^{-t} \sin t - 0$$

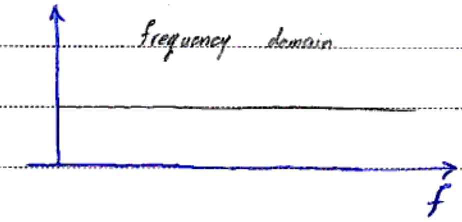
$$= \sin(t)$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

ادامه بحث:





$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$Y(\omega) = X(\omega) \times H(\omega)$$

اگر $x(t)$ و $h(t)$ معلوم

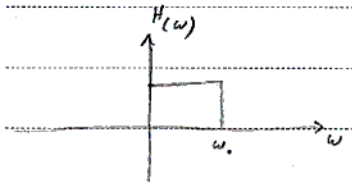
$h(t)$ باشد $y(t)$

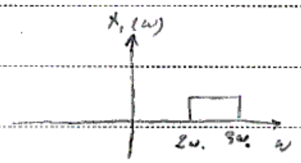
می‌شود

$$H(\omega) = ? \times H(\omega)$$

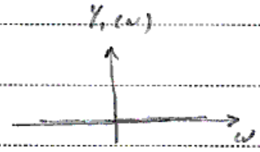
$$\Rightarrow ? = H(\omega)$$

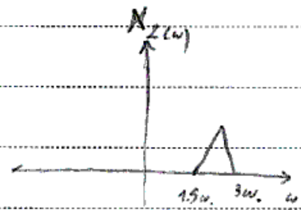
فرض کنیم سیستمی داریم که پاسخ ضربه‌اش به شکل مقابل باشد.



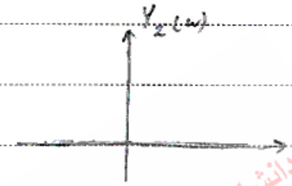


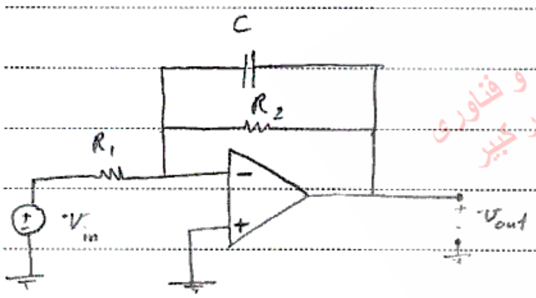
جواب سیستم $\Longrightarrow$





جواب سیستم $\Longrightarrow$

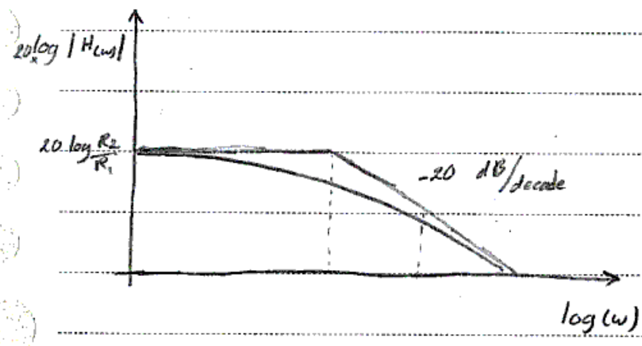




$$H(\omega) = \frac{-R_1}{R_2\,(1 + i\omega C R_2)} = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

PAPCO

Bode Plot



$$|H(\omega)| = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2C^2R_2^2}}$$

$$20\log|H(\omega)| = 20\left[\log\frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{2}\log(1+\omega^2R_2^2C^2)\right]$$

$$= 20\log\frac{R_2}{R_1} - 10\log(1+\omega^2R_2^2C^2)$$

فرض کنیم $\omega_0 \equiv \frac{1}{CR_2}$ (طبق تعریف)

$$\Rightarrow 20\log|H(\omega)| = 20\log\frac{R_2}{R_1} - 10\log\left(1+\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)$$

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow 20\log|H(\omega)| = 20\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow \xrightarrow[\omega]{\text{میل}} 20\log\frac{R_2}{R_1} - 20\log\frac{\omega}{\omega_0}$$

$$= 20\log\frac{R_2}{R_1} - 20\log(\omega) + 20\log(\omega_0)$$

$$= \text{Constant} - 20\log(\omega)$$: تقریبی

شیب خط -20

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ شانزدهم

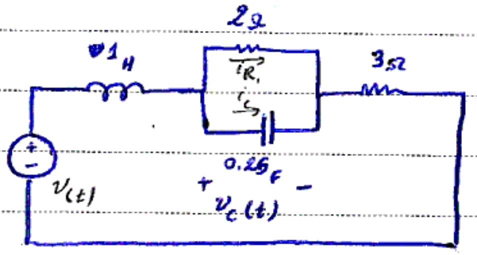
حل سوالهای میانترم

سوال 1

(قسمت الف)

پاسخ کامل سیستم چیست؟

با فرض شرایط اولیه داده شده



$$v(t) = u(t)$$
$$i_L(0) = 2_A$$
$$v_c(0) = 1_V$$

$$v(t) = L\frac{d}{dt}\underbrace{\left(C\frac{dv}{dt} + \frac{v_c}{2}\right)}_{i_C + i_{R_1}} + v_c + 3\left(C\frac{dv}{dt} + \frac{v_c}{2}\right)$$

$$\Rightarrow v(t) = 0.25\frac{d^2v_c}{dt^2} + \frac{1}{2}\frac{dv_c}{dt} + v_c + 0.75\frac{dv_c}{dt} + \frac{3}{2}v_c$$
$$= \frac{d^2v_c}{dt} + 5\frac{dv_c}{dt} + 10v_c = 4v(t)$$

$$\xrightarrow[\text{مشخصه}]{\text{معادله}} s^2 + 5s + 10 = 0 \Rightarrow s = \frac{-5 \pm \sqrt{25-40}}{2} = -2.5 \pm \frac{\sqrt{15}}{2}i$$

$$v_n = e^{-2.5t}\left(A\sin\left(\frac{\sqrt{15}}{2}t\right) + B\cos\left(\frac{\sqrt{15}}{2}t\right)\right)$$

$$v(0) = B = 1 \Rightarrow B = 1$$

$$i_L(t) = L\frac{d}{dt}\left(C\frac{dv}{dt} + \frac{v_c}{2}\right) \xrightarrow{t=0} i_L(0) = \frac{d}{dt}\left(0.25\frac{dv}{dt} + \frac{1}{2}\right) = 2_A \qquad \mathrm{I}$$

$$\frac{dv}{dt} = -2.5e^{-2.5t}\left(A\sin\frac{\sqrt{15}}{2}t + \cos\left(\frac{\sqrt{15}}{2}t\right)\right) + e^{-2.5t}\left(\frac{\sqrt{15}}{2}A\cos\frac{\sqrt{15}}{2}t - \frac{\sqrt{15}}{2}\sin\frac{\sqrt{15}}{2}t\right)$$

$$\Rightarrow t=0 \Rightarrow \left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=0} = -2.5 + \frac{\sqrt{15}}{2}A \qquad \mathrm{II}$$

$$\mathrm{I}, \mathrm{II} \Rightarrow i_L(0) = 2 = 0.25\left(-2.5 + \frac{\sqrt{15}}{2}A\right) + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{17\sqrt{15}}{15} \Rightarrow v_n(t) = e^{-2.5t}\left(\cos\frac{\sqrt{15}}{2}t + \frac{17\sqrt{15}}{15}\sin\frac{\sqrt{15}}{2}t\right)$$

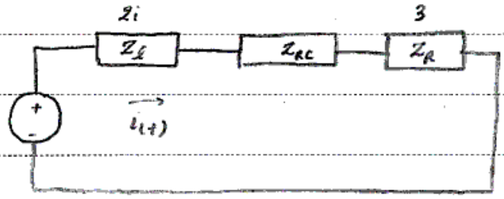
فرض می‌کنیم فرم کلی جواب force شده به صورت ثابت k است

$\xrightarrow{\text{میرای}}$ $10k = 4 \, V \Longrightarrow v_f = 0.4 \, V$

$$\Longrightarrow v_{c(t)} = v_{n(t)} + v_{f(t)} = e^{-2.5t}\left(\cos\frac{\sqrt{15}}{2}t + \frac{13\sqrt{15}}{15}\sin\frac{\sqrt{15}}{2}t\right) + 0.4$$

(قسمت ب)

$$v_{(t)} = 5\cos(2t) \equiv 5\angle 0^\circ$$



$$I = \frac{V}{Z_{eq}}$$

$$= \frac{5\angle 0}{i\omega L + 3 + Z_{RC}}$$

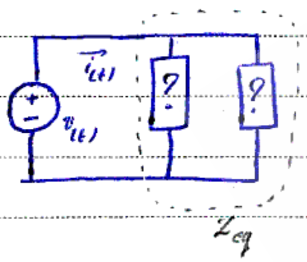
$$Z_{RC} = \frac{2 \times \frac{1}{i\omega C}}{2 + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{2}{1 + 2i\omega C} = \frac{2}{1+i} = 1 - i$$

$$\Longrightarrow I = \frac{5}{2i + 3 + 1 - i} = \frac{5}{4+i},$$

$$V_c = I Z_{RC} = \frac{5}{4+i} \times (1-i) = \frac{5(4-i)(1-i)}{16+1} = \frac{5}{17}(3-5i)$$

$$\Rightarrow v_{c(t)} = \frac{5}{17}\sqrt{34}\cos(2t + \varphi), \quad \varphi = \operatorname{Arctan}\left(\frac{-5}{3}\right) = -59^\circ$$

• سوال 2:



$$v_{(t)} = 50\sin\left(10t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$i_{(t)} = 400\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$Z_{eq} = \frac{50\angle -\pi/4}{400\angle \pi/6} = \frac{1}{8}\angle\frac{-5\pi}{12}$$

(تبدیل به کارتزین)

$$= \underbrace{0.125\cos\frac{5\pi}{12}}_{\text{real}} - \underbrace{i\,0.125\sin\frac{5\pi}{12}}_{\text{negative imaginary}}$$

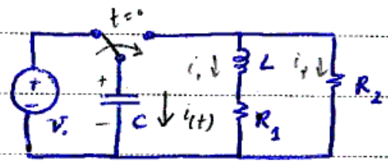
real $\Downarrow$ R

negative imaginary $\Downarrow$ Capacitor

$$Z_{eq} = \frac{R \times \frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{R}{1 + i\omega RC}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = 0.21\,\Omega} \quad , \quad \boxed{C = 0.61\,F}$$

• سوال ۵:



$R_2 = -2\,\Omega$

$R_1 = ?$ $\Rightarrow$ جواب sin و دامنه ثابت $= i_{(t)}$

$C = 1\,F$

$L = 1\,H$

$$i_{(t)} = -(i_1 + i_2)$$

$$C\frac{dv_c}{dt} = -i_1 - \frac{v_c}{R_2} \quad \text{I} \quad , \quad v_c = L\frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 \quad \text{II}$$

$$\text{I},\text{II} \Longrightarrow v_c = L\frac{d}{dt}\left(-\frac{C\,dv_c}{dt} - \frac{v_c}{R_2}\right) + R_1\left(-C\frac{dv_c}{dt} - \frac{v_c}{R_2}\right)$$

$$\Longrightarrow \frac{d^2 v_c}{dt^2} - \frac{1}{2}\frac{dv_c}{dt} + R_1\frac{dv_c}{dt} - \frac{R_1}{2}v_c = -v_c$$

$$\Longrightarrow \frac{d^2 v_c}{dt^2} + \left(R_1 - \frac{1}{2}\right)\frac{dv_c}{dt} + \left(1 - \frac{R_1}{2}\right)v_c = 0$$

معادله مشخصه

$$\Longrightarrow s^2 + \underbrace{\left(R_1 - \frac{1}{2}\right)}_{=0}s + \underbrace{\left(1 - \frac{R_1}{2}\right)}_{>0} = 0 \Longrightarrow$$ تا هم sin شود هم غیر میرا

$$R_1 - \frac{1}{2} = 0 \Longrightarrow R_1 = \frac{1}{2}\,\Omega \qquad 1 - \frac{R_1}{2} > 0 \ \checkmark$$

$$\Longrightarrow s = \pm\underbrace{\frac{\sqrt{3}}{2}}_{=\omega} i \Longrightarrow v_c$$ ثابت می‌آوریم

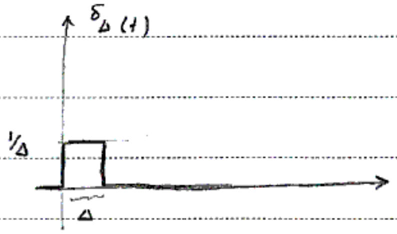
$$i = C\frac{dv}{dt} \Longrightarrow$$ i داریم

پس دامنه i هم داریم

جلسه هفدهم

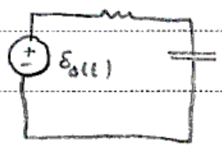
$$\delta_{(t)} = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

به این تابع، تابع واحد ضربه می‌گویند $\Longrightarrow$ $\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \delta_{(t)}\, dt = 1$; $\forall \varepsilon > 0$: ویژه یعنی اینکه

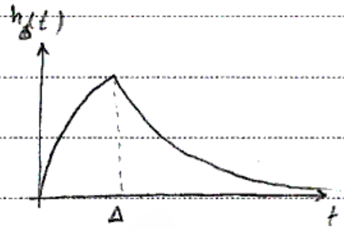


برای اعمال شرط انتگرال فرض می‌کنیم $\Delta < \varepsilon$ باشد
در این صورت دامنه $\frac{1}{\Delta}$ خواهد بود

$$\lim_{\Delta \to 0} \delta_\Delta(t) = \delta_{(t)}$$

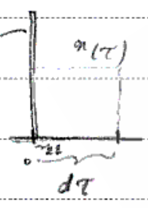


$\Longrightarrow$



هر تابع می‌تواند به صورت ترکیب خطی از $\delta_{(t)}$ نوشته شود.

$$x_{(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\, \delta(t-\tau)\, d\tau$$



به خوبی (فرض صحیح) ۲ε است

$$\int_0^{d\tau} x_{(\tau)} \cdot \delta_{(\tau)}\, d\tau = \int_0^{2\varepsilon} x_{(\tau)}\, \delta_{(\tau)}\, d\tau + \underbrace{\int_{2\varepsilon}^{d\tau} x_{(\tau)}\, \delta_{(\tau)}\, d\tau}_{=0}$$

$$= x_{(\tau)} \int_0^{2\varepsilon} \delta_{(\tau)}\, d\tau$$

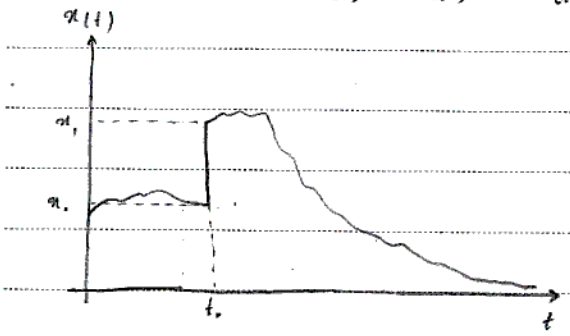
استدلال خودم، بپا شود!

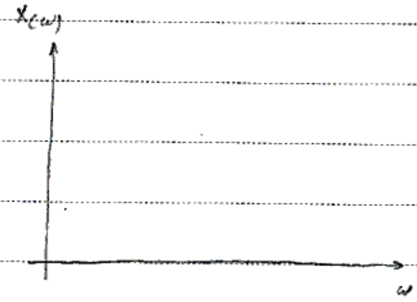
$$= x_{(\tau)} \times 1 = x_{(\tau)}$$

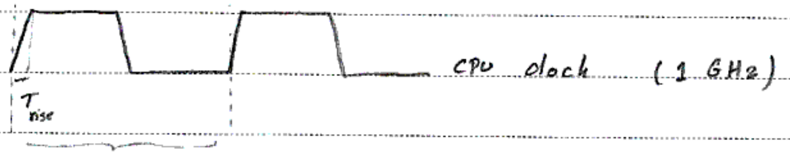
Subject:
Year. Month. Date. ( )

۲- در حوزهٔ زمان محال بدلیت پاسخ هر ورودی دلخواه از پاسخ ضربه استفاده می‌کنیم (کامل بودن پاسخ ضربه)

$$y(t) = h(t) * x(t)$$







$T = 1\,ns$

$T_{rise} = 200\,ps \longrightarrow 5\,GHz = \frac{1}{200\,ps}$ فرکانس نظیر این

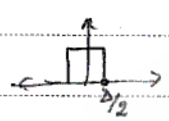
۳- تابع ضربه در حوزهٔ فرکانس دارای مؤلفهٔ فرکانسی در همه است.

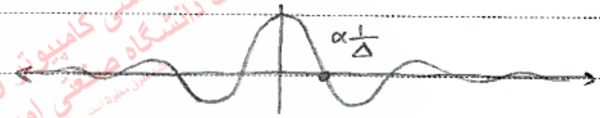
حلسهٔ هجدهم:

rigid // نکنید

چرا $H(\omega)$ برابر با 1 است:

ثابت‌ها

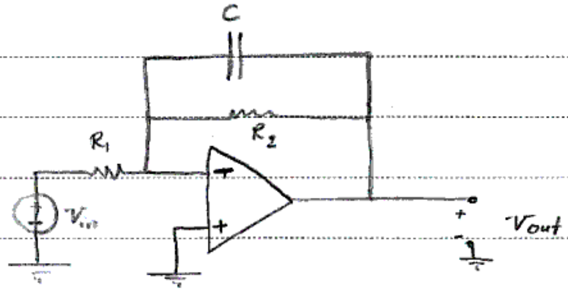




$\Delta \to 0 \Longrightarrow H(\omega) \longrightarrow 1$ خط

۴- معادل پاسخ ضربه در حوزهٔ فرکانس همت پاسخ فرکانسی مدار پس:

Subject:
Year. Month. Date. ( )



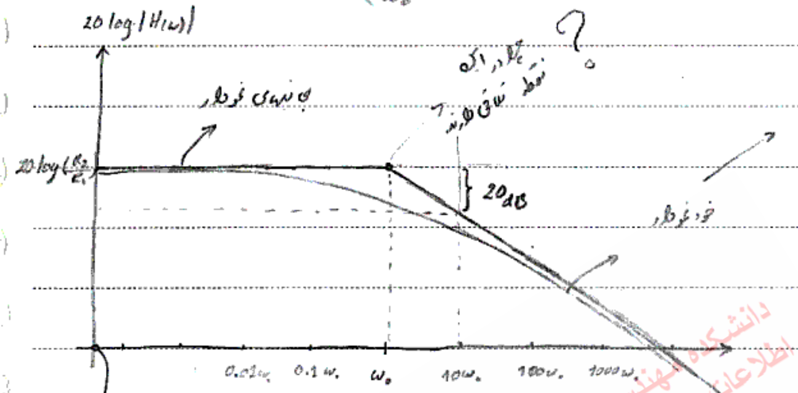
$$H(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R_2/R_1}{1 + i\omega C R_2}$$

Bode plot (continue) :

$$|H(\omega)| = \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}}$$

$20 \log |H(\omega)| \approx dB$ واحد
(دسی بل)

$$= \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$



$\underset{\text{شیب}}{m} = 20 \ dB/decade$

آقای Bode می‌گوید:
در این نمودار مهم کل پاسخ فرکانسی چیز
جالبی نیست بلکه فقط نقطه تلاقی و
رفتاری با یک شیب مشخص در این نمودار
فقط این شیب و نقطه تلاقی است که مهم است.

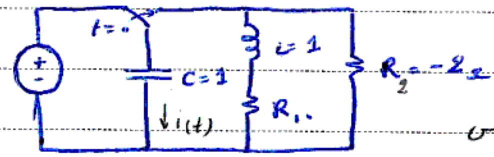
این نقطه صفر رو اهمیت ندارد برای
ما که در آن نقطه
interest نداریم

تغییر دادن R_1 , R_2 و نیز ω_0 نمودار را به پایین و بالا و چپ و راست منتقل
می‌شود.

شیب: $\left(20 \log \frac{R_2}{R_1} - 20 \log \frac{\omega_0}{\omega_0}\right) - \left(20 \log \frac{R_2}{R_1} - 20 \log \frac{10\omega_0}{\omega_0}\right) = 20 dB$

جلسه پنجم (تدریسیار)

* در قضیه حداکثر توان اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ ندارد. اگر $Z_s = Z_l^*$ جمع دو امپدانس فقط خاصیت مقاومتی خواهد بود. پس $\theta_i = \theta_v$ که $1 = \cos(\theta_v - \theta_i)$



R_1 را به گونه‌ای تعیین کنید که $i_1(t)$ یک جریان ثابت sin شود.

$i_1(t)$ نه نمایی و نه underdamp است مدار با فرکانس ثابت نوسان می‌کند (به فرکانس مجهول ω)

برای آنکه مدار شکل روبرو نوسان کند کافی است از نقطه ab امپدانس (یا ادمیتانس) مدار را محاسبه کنیم. اگر بخش حقیقی Z یا Y را برابر صفر قرار دهید شرط نوسان بدست می‌آید. شرط نوسان رابطه بین المان‌های مدار است. اگر بخش موهومی مدار را مساوی صفر قرار دهیم فرکانس مجهول به دست می‌آید

* شرط نوسان فقط برای فرکانس نوسان صادق است.

در مدار فوق اگر به Y_{eq} نگاه کنیم:

$$Y_{eq} = i\omega C + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + i\omega L}$$

$$\Rightarrow Y_{eq} = i\omega C + \frac{1}{R_2} + \frac{R_1 - i\omega L}{R_1^2 + \omega^2 L^2} = i\left(\omega C - \frac{\omega L}{R_1^2 + \omega^2 L^2}\right) + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2 L^2}\right)$$

عدد گذاری

$$\Rightarrow Y_{eq} = \left[\frac{-1}{2} + \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2}\right] + i\omega\left[1 - \frac{1}{R_1^2 + \omega^2}\right]$$

$$\begin{cases} \frac{-1}{2} + \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2} = 0 & \text{(شرط نوسان)} \\ 1 - \frac{1}{R_1^2 + \omega^2} = 0 & \text{(فرکانس نوسان)} \end{cases}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

شرطهای استفاده از پاسخ ضربه: * مدار خطی باشد

$$y_1(t) \xrightarrow{\text{پاسخ}} x_1(t)$$
$$y_2(t) \longrightarrow x_2(t)$$
$$y_1(t) + y_2(t) \longrightarrow x_1(t) + x_2(t)$$

* تغییر ناپذیر بودن با زمان

پاسخ‌ای را که از $x(t) * h(t)$ بدست می‌آید پاسخ حالت صفر است (پاسخ به شرایط اولیه صفر)

پاسخ پله = انتگرال پاسخ ضربه — پاسخ ضربه $= \frac{d}{dt}($ پاسخ پله $)$

پاسخ شیب = انتگرال پاسخ پله — و برعکس — پاسخ پله $= \frac{d}{dt}($ پاسخ شیب $)$

(شیب) $y=t$

(پله) $y=1 \quad x \geq 0$

(ضربه) $y=1 \quad x=0$

$\frac{dy}{dt}$ ~~پاسخ~~

* مثال یک مدار خطی و تغییر ناپذیر با زمان می‌دانیم: برای ورودی $x(t)$ برابر با:

$$x(t) = e^{-2t} u(t)$$

پاسخ حالت صفر به صورت $y(t) = (e^{-t} + e^{-2t}) u(t)$ بدست می‌آید پاسخ ضربه مدار را تعیین کنید. $(t>0)$

$$\frac{dx}{dt} = -2e^{-2t} u(t) + \delta(t)$$

به خاطر حضور $u(t)$ که در صفر ناپیوسته است

به این دلیل که ضربه است ضریب نمی‌گیرد.

$$\frac{dy}{dt} = (-e^{-t} - 2e^{-2t}) u(t) + \delta(t)$$

(پس از ساده‌کردن)

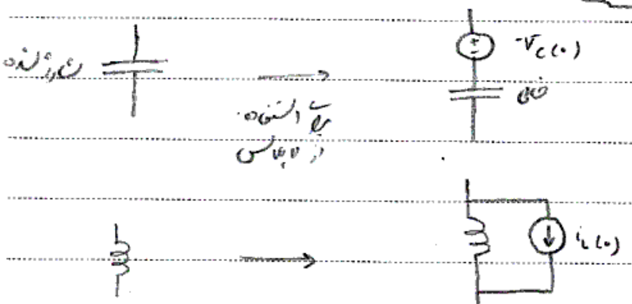
$$2x + \frac{dx}{dt} = \delta(t) = x'(t)$$

$$y'(t) = 2y(t) + \frac{dy}{dt} = \text{پاسخ ضربه}$$

حوزه زمان $\longleftrightarrow$ حوزه لاپلاس

$i\omega \longleftrightarrow s$

(شرایط اولیه نباید باشد)

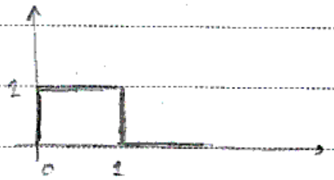


پاسخ حالت صفر را با ورودی و پاسخ ضربه داده شده در شکل تعیین کنید

$x_{(t)} = u_{(t)} - u_{(t-1)}$

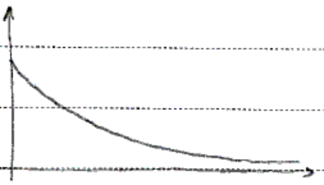
$h_{(t)} = e^{-t}\,(u_{(t)})$

$x_{(\tau)}$:

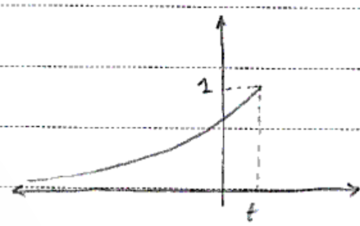


$$x_{(t)} * h_{(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} x_{(\tau)}\, h_{(t-\tau)}\, d\tau$$

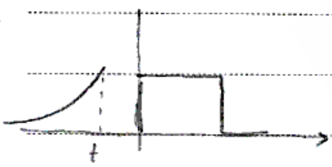
$h_{(\tau)}$:



$\longrightarrow h_{(t-\tau)}$:

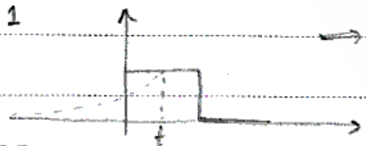


$t<0$:



$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{t} x_{(\tau)}\, h_{(t-\tau)}\, d\tau = 0$$

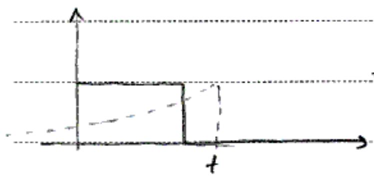
$0 \le t < 1$



$$\longrightarrow \int_{0}^{t} \underbrace{x_{(\tau)}}_{=1} \cdot h_{(t-\tau)}\, d\tau = \int_{0}^{t} e^{-(t-\tau)}\, d\tau = 1-e^{-t}$$

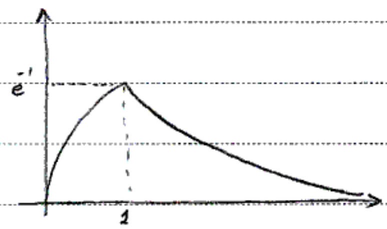
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$t \geqslant 1$

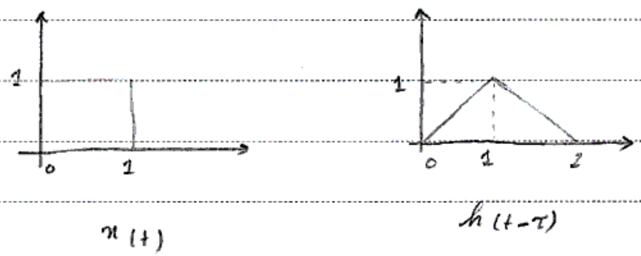


$$\Rightarrow \int_0^1 x(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau = 1 - e^{\tau} \Big]_0^1 = (e-1)e^{t} \quad (t>1)$$

از وصل کردن سه نمودار:



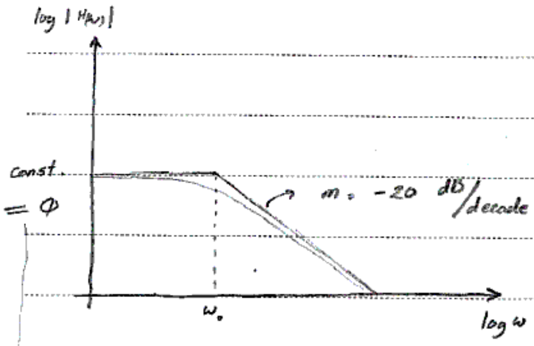
تمرین:



$x(t) * h(t) = ?$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ نوزدهم:



آقای Bode می‌گوید از روی مجانب‌ها می‌توان به جواب نمودار اصلی رسید. حدود آن‌ها را در نظر گرفته و با مجانب‌ها کار می‌کنیم.

۱- آنچه در درجهٔ اول اهمیت است شکل کلی دیاگرام است. (موقعیت مجانب‌ها و شیب آن‌ها)

R_1, R_2, C ⟸ عوض شوند و ω_0 را عوض می‌کنند ولی عدد $20\ dB/d$ را عوض نمی‌کنند

رفتار کلی نمودار ناشی از مجانب‌ها است.

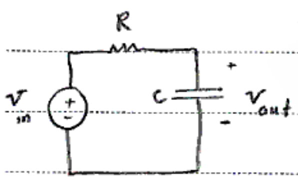
۲- برای تمام مدارهای با مجانب یکسان شکل موج اصلی هم یکسان است.

۳- تغییر مقدار ω_0 باعث شیفت شدن افقی می‌شود و تغییر مقدار ثابت باعث شیفت عمودی می‌شود و تأثیری در شکل کلی ندارد ⟸

این به این معنی است Gain را نادیده بگیریم و فرض می‌کنیم
در ωهای خیلی کوچک gain را 1 در نظر می‌گیریم
(برای سهولت فرض می‌کنیم)

۴- مقدار ω_0 و مقدار Gain (مقدار ثابت افقی) مهم بوده ولی در درجهٔ دوم اهمیت است.

مثال:

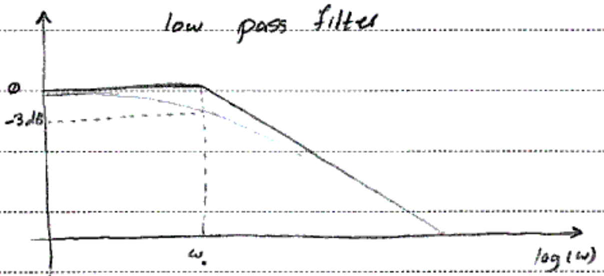


$$H_{(\omega)} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{1}{iR\omega C + 1}$$

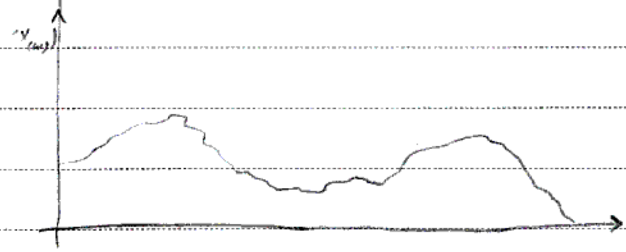
$$H_{(\omega)} = \frac{A}{B_1 + j\omega B_2} = k_1 \frac{1}{1 + i\omega k_2}$$

یک مدار دلخواه با ثابت‌های دلخواه

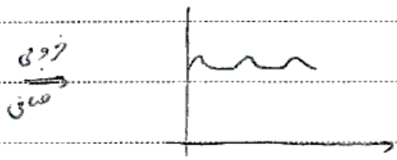
Subject:
Year. Month. Date. ( )



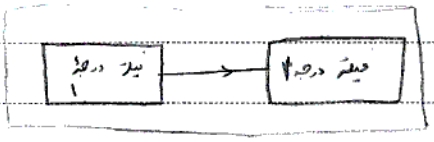
تا ω_0 به ما همان Gain (تقریباً) ورودی را عبور می‌دهد ولی از ω_0 به بعد با شیب 20db/d آن را کم می‌کند (Gain آن را)

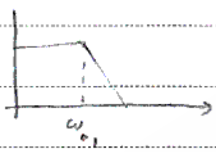


صافی‌ای که در الکترونیک دیدیم همان خازن و مقاومت شکل صفحهٔ قبل است.

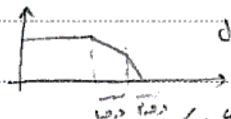


چرا با وجود فیلتر باز هم اعوجاج داریم؟
به دلیل اینکه با شیب ثابتی ولتاژ را تضعیف می‌کند

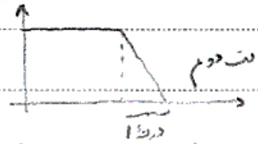




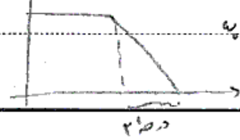
⟹



ω_{01} و ω_{02} نزدیک هم باشند



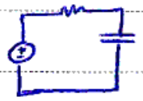
ω_{02} خیلی از ω_{01} بیشتر باشد



اگر $\omega_{01} = \omega_{02}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تمرین: پاسخ ضربهٔ مدار op-amp را بدست آورید. با استفاده از شکل Bode و



محاسبهٔ مقدار $20\log|H(\omega)|$ در نقطهٔ $\omega=\omega_0$:

$$= 20\log\left(\left|\frac{1}{1+i\frac{\omega_0}{\omega_0}}\right|\right)$$ (باصرف‌نظر از مقدار ثابت)

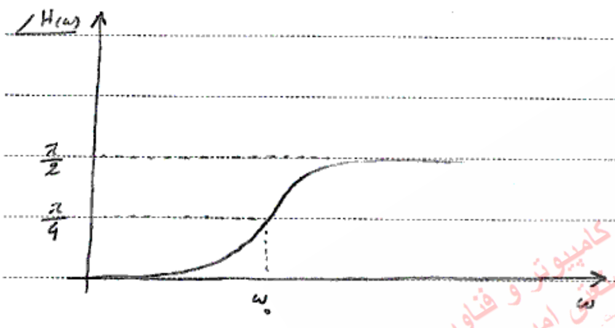
$$= 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3\,dB$$ در این فرکانس (ω_0) فرکانس 3dB گوییم

دیاگرام فاز Bode

$$\angle H(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{-\omega}{\omega_0}\right)$$ (بدون عوض $\frac{-R_2}{R_1}$)

$$= -\tan^{-1}\left(\frac{-\omega}{\omega_0}\right)$$ با عوض $\frac{-R_2}{R_1}$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

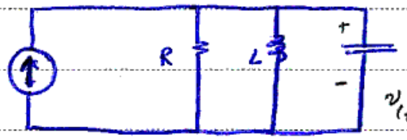


Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسه بیستم:

Resonant Circuits:

$$H_{(\omega)} = \frac{V(\omega)}{I(\omega)} \equiv Z_{(\omega)}$$



$v_{(t)} = ?$

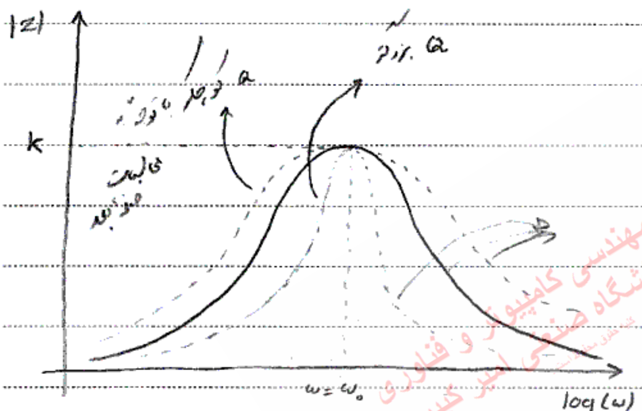
$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L} + \frac{1}{\frac{1}{i\omega C}}$$

$$= \frac{1 + \frac{R}{i\omega L} + Ri\omega C}{R}$$

تعریف: $\omega_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q \equiv R\sqrt{\frac{C}{L}}$, $k = R$

$$\Rightarrow Z = \frac{R}{1 + i\left(\omega CR - \frac{R}{\omega L}\right)} \equiv \frac{k}{1 + iQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

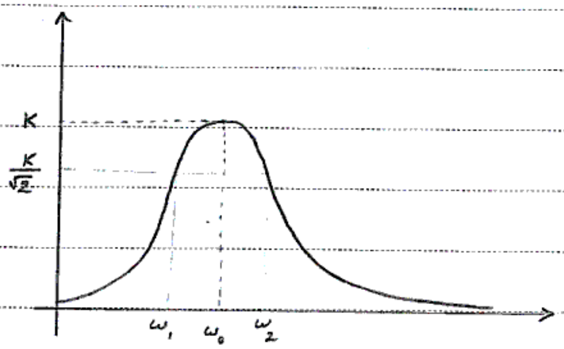
$$|Z| = \frac{k}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$



از نمودار Bode استفاده می‌کنیم. محور افقی log است تا نمودار را فشرده کند.

بسته به مقدار Q‌های مختلف نمودار کشیده‌تر یا فشرده‌تر می‌شود. ولی همیشه یک پیک دارد حتی می‌تواند متقارن باشد (معمولاً نیست)

این مدار مثل یک فیلتر میان گذر عمل می کند و فرکانسهای میانی را عبور می کند



$$\text{Band width} = \omega_2 - \omega_1$$

$$\xrightarrow{\omega = \omega_1, \omega_2} \quad \frac{k}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega_{12}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{12}}\right)^2}} = \frac{k}{\sqrt{2}} \implies Q^2\left(\frac{\omega_{12}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{12}}\right)^2 = 1$$

$$\implies Q\left(\frac{\omega_{12}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{12}}\right) = \pm 1$$

$$\implies \frac{\omega_{12}^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \, \omega_{12}} = \frac{\pm 1}{Q}$$

$$\implies \omega_{12}^2 \pm \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)\omega_{12} - \omega_0^2 = 0 \implies \mathrm{I}: \ \omega = \frac{\frac{-\omega_0}{Q} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0}}{2}$$

$$\mathrm{II}: \ \omega = \frac{\frac{+\omega_0}{Q} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0}}{2}$$

از I با توجه به اینکه عدد زیر رادیکال از $\frac{\omega_0}{Q}$ بزرگتر است و در نظر گرفتن + در ± داریم:

$$\mathrm{I} \implies \omega = \frac{-\omega_0}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0} \implies \omega_1$$

به همین ترتیب:

$$\mathrm{II} \implies \omega = \frac{+\omega_0}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0} \implies \omega_2$$

$$\implies \boxed{\text{Band Witdh} = \frac{\omega_0}{Q}} = \frac{1}{RC} \longrightarrow \text{فقط برای این مدار}$$

با توجه به Q هر مدار همواره برقرار

از این جهت Q استفاده کردیم Q مخفف Quality Factor می‌باشد.

در عمل بیشتر با ω_0 بازی می‌کنیم و آن را جایگزین می‌کنیم به نام Q.

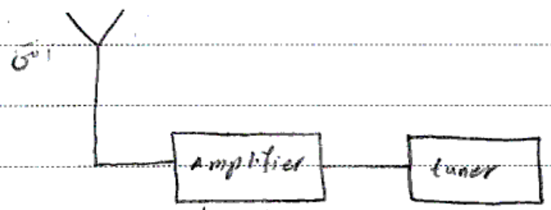
$\omega_0 \longrightarrow$ فرکانس طبیعی مدار

$\omega_1 , \omega_2 \longrightarrow$ فرکانس‌های 3dB $\longrightarrow$ (اصطلاح فیلتری)

تشدید هم خوب است هم بد. خوب ← فیلتر کردن

بد ← اگر بد طراحی شود ممکن است یک خروجی خیلی بزرگ در ω_0 بدهد که خروجی را بسوزاند. در مثال طراحی پل Q را بزرگ در نظر می‌گیرند و ω_0 را به گونه‌ای می‌سازند تا مطمئن باشیم اتفاق نمی‌افتد.

یک مثال کاربردی از فرکانس:

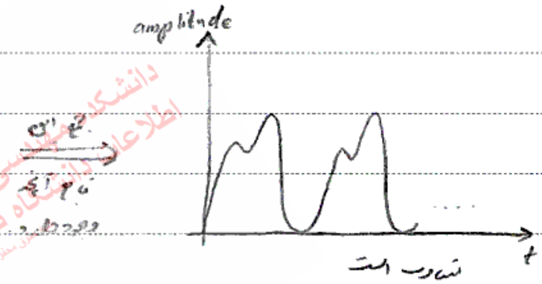


فرض کنیم سه ایستگاه رادیویی داریم

$\cos(\omega_a t + \theta_a)$ $\omega_a = 700\ kHz$

$\cos(\omega_b t + \theta_b)$ $\omega_b = 1000 kHz$

$\cos(\omega_c t + \theta_c)$ $\omega_c = 1.3\ MHz$



با عوض کردن پیچ فرکانس ω_0 را برای tuner عوض می‌کنیم ولی در عین حال Q را عوض می‌کنیم. از یک حدی به بعد دیگر Q مناسب نیست. برای همین یک دفعه مدار tuner را عوض می‌کنیم مثلاً یک مدار برای FM یکی برای AM یکی برای SW و ....

یکی از کاربردهای تبدیل فرکانسی: Power Line Comunication (PLC)

از یک دستگاهی به نام Spectrium Analizer استفاده می‌کنیم. ۱ فرکانس‌های موجود داخل حوزهٔ فرکانس نمایش می‌دهد:
اگر این وسیله را به برق شهر وصل کنیم شکل مشخصی دارد. اگر بخواهیم روی این خط data بفرستیم یک
فرکانس را قرار داده می‌کنیم و اطلاعات را با آن فرکانس روی خط قرار می‌دهیم. از آن طرف یک تبدیل فرکانسی قرار می‌دهیم
تا data ها را recover کند!!! از این ایده برای خواندن خط کنتورها می‌توان استفاده کرد!

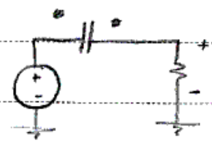
جلسهٔ بیست و یکم:

$$H(\omega) = \frac{A}{\underbrace{1+i\omega B}}$$

ωهایی که مخرج صفر می‌شود

یک قطب داریم. مدار است. هر قطب یک $20\ dB/decade$ شیب اضافه می‌کند (در دیاگرام Bode)

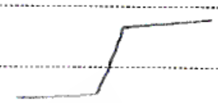
صفر: ωهایی که صورت صفر می‌شود. هر صفر یک $-20\ dB/decade$ اضافه می‌کند



تحلیل مدار 1 با ...
تحلیل فیلتر بالاگذر ...

تحلیل مدار ۲

$$H(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{i\omega CR}{1+i\omega CR}$$



بر حسب اینکه صفر فرکانس پایین‌تری یا بالاتری نسبت به قطب داشته باشد فیلتر پایین‌گذر می‌شود یا بالاگذر

جلسهٔ بیست و دوم:

Laplace Transform:

$$a_n \frac{d^n f}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} f}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 f = 0$$

در حالت کلی حل مسئله سختی دارد: ما به دنبال تبدیلی هستیم که:

$$f(t) \longleftrightarrow F(s)$$

$$\frac{d}{dt} f(t) \longleftrightarrow sF(s)$$

به واسطهٔ این تبدیل داریم:

$$\Rightarrow a_n s^n F(s) + a_{n-1} s^{n-1} F(s) + \dots + a_1 s F(s) + a_0 F(s) = 0$$

$$\Rightarrow F(s)\left[a_n s^n + \dots + a_0\right] = 0$$

که به یک معادلهٔ جبری تبدیل می‌شود که به سادگی (!) قابل حل است. پس تبدیل خوبی است!!!

$e^{st} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} s e^{st} \Rightarrow$ پس به جوری به e^{st} مربوط دارد

$$\xrightarrow[\text{فرمول نوشتن آقای لاپلاس}]{\text{مقدار یابی}} F(s) = \int_{0^-}^{\infty} e^{-st} f(t)\, dt$$

این منفی بخاطر تابع ضربه است

می‌توان ثابت کرد که ویژگی ذکر شده در صفحهٔ قبل را دارد. ($F'(s) = sF(s)$)

که به s در این رابطه "فرکانس مختلط" می‌گوییم.

مثال: محاسبهٔ تبدیل لاپلاس $u(t)$:

$$F(s) = \int_0^{\infty} u(t) e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{e^{-st}}{-s}\Big|_{t=0}^{t=\infty}$$

فرض کنیم که s یک عدد مختلط باشد پس $s = \alpha + i\omega$

$$\Rightarrow = \frac{\overset{I}{e^{-\alpha t}} e^{-i\omega t}}{-(\alpha+i\omega)}\Big|_{0=t}^{\infty=t}$$

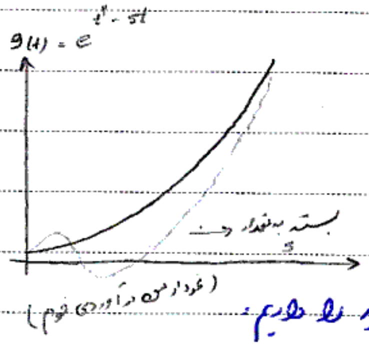
اگر $\alpha > 0$ آنگاه $\lim_{t\to\infty} e^{-\alpha t} = 0$ و چون $e^{-i\omega t}$ برابر $\mathrm{cis}\,\omega t$ است پس مقدار صورت صفر است پس

$$= -\frac{1}{-(\alpha+i\omega)} = \frac{1}{s}$$

اگر $\alpha < 0$ باشد آنگاه مقدار لاپلاس واگرا است. $F(s)$ تعریف نشده

اگر $\alpha = 0$ باز هم $F(s)$ تعریف نشده باشد. در این حالت خاص اگر $\alpha = 0$ بود تا [illegible] می‌آییم که از این فرمول قابل محاسبه نیست! ولی در شرایطی کلاً ممکن است حتی خود انتگرال‌گیری هم از [illegible] باشد.

مثال: فرض کنیم $f(t) = e^{t^2} \Rightarrow F(s) = \int_0^\infty e^{t^2} e^{-st} dt$



چون سطح زیر این نمودار بی نهایت است $F(s)$ وجود ندارد

با توجه به اینکه در دنیای واقعی ما نداریم فرض کنیم تابع زیر را داریم:

$$f_2(t) = \begin{cases} e^{t^2} & 0 < t < t_2 \\ 0 & t > t_2 ,\ t < 0 \end{cases}$$

در این شرایط می توانیم بدون تعریف را فرض کنیم (به ترتیب بزنیم) بنابراین فرض $\mathcal{L}(f_2(t))$ موجود است. به همین فرض در صفحه قبل برای کاری که ما کرده باشند هم $\mathcal{L}(u(t))$ وجود دارد. در نظر ریاضی صحیح نیست ولی مهندسی است.

$f(t) = \delta(t)$

$$F(s) = \int_{0^-}^{\infty} \delta e^{-st} dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t)\, dt = 1$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}[\delta(t)] = 1$$

جلسه بیست و سوم: "به نام خدا"

خواص تبدیل لاپلاس:

• خاصیت یکتا بودن: اگر دو تابع $f(t)$ و $g(t)$ را داشته باشیم که تبدیل لاپلاس $f(t)$، $F(s)$ و تبدیل $g(t)$ هم $F(s)$ باشد آنگاه $f(t)$ و $g(t)$ یکی هستند به جز در موارد خیلی جزئی:

که از دید منطق ریاضی صحیح نیست
در چه مواردی این گونه است؟ دو نمونه

سوال آمده

Subject:
Year. Month. Date. ( )

• خاصیت خطی بودن: $c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t)$

$$\xrightarrow{\text{لاپلاس}} c_1 \mathcal{L}[f_1(t)] + c_2 \mathcal{L}[f_2(t)] = c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s)$$

اگر خاصیت خطی بودن صادق نبود نمی‌توانستیم از آن در حل معادلهٔ دیفرانسیل استفاده کنیم. اصولاً دنبال تبدیلی بودیم که این شرایط را داشته باشد.

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 5\frac{dv}{dt} + 6v = 0 \xrightarrow{\text{لاپلاس}} s^2 + 5s + 6 = 0$$

و خطی بودن تبدیل

• خاصیت مشتق: اگر $\frac{df}{dt} \longleftrightarrow sF(s) - f(0)$

$$\frac{df}{dt} \xleftrightarrow[\text{لاپلاس}]{\text{تبدیل}} sF(s) + \underbrace{f(0^-)}_{\text{لحظه صفر}}$$

اگر در لحظهٔ صفر ببینیم معمولاً این مقدار صفر است. ولی
در مواردی که ولتاژ تغییر ناگهانی دارد ممکن است این
جمله ظاهر شود.
این مسئله باعث اتفاق خاصی نمی‌افتد. تنها باعث می‌شود یک کمی محاسبات پیچیده‌تر شود ولی کماکان معادلات دیفرانسیل را به یک معادله جبری تبدیل می‌کند.

• خاصیت انتگرال:

$$g(t) = \int_0^t f(\tau)\, d\tau \longleftrightarrow G(s) = \frac{1}{s} F(s)$$

خواصی که به مدارها مربوط می‌شوند:

* برای هر مدار خطی تغییرناپذیر با زمان تبدیل لاپلاس پاسخ کامل برابر است با مجموع تبدیل لاپلاس پاسخ با ورودی صفر (پاسخ گذرا) و پاسخ ورودی (مانا / خصوصی / forced)
[معادل superposition در حوزهٔ لاپلاس]

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* تعریف: برای هر مدار LTI (linear time invariable) تابع شبکه (network func.) تابعی از S است که هرگاه در تبدیل لاپلاس ورودی ضرب شود به تبدیل لاپلاس خروجی می‌رسیم.

input (t) → LTI circuit → output (t) طبق تعریف ⟹ $H_{(s)} \times I_{(s)} \equiv O_{(s)}$ (input, output) *

فرض کنیم $Input_{(t)}$ همان $\delta_{(t)}$ باشد آنگاه:

$O_{(s)} = H_{(s)} \times \underbrace{\delta_{(t)}}_{=1}$ تبدیل لاپلاس $\Rightarrow O_{(s)} = H_{(s)}$

تبدیل لاپلاس پاسخ ورودی ضربه

$H_{(s)} = (h_{(t)}$ تبدیل لاپلاس به ورودی ضربه $)$

برای رفتن از $H_{(s)}$ به $H_{(\omega)}$ جای S را با $j\omega$ و برعکس عوض می‌کنیم.
به معنی معادل بودن نیست تنها یک کلک می‌باشد.

از این خاصیت می‌توان برای محاسبهٔ انتگرال کانولوشن هم استفاده کرد ولی عملاً کاربرد ندارد معمولاً از تبدیل فوریه استفاده می‌شود.

* برای هر مدار LTI تابع شبکه یک تابع گویا با ضرایب حقیقی است یعنی:

$$H_{(s)} = \frac{P_{(s)}}{Q_{(s)}} = k\,\frac{\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s-P_j)}$$

فرض کنیم صفرها $z_i \neq 0$ ← m، $\neq 0$

هرکدام از صفرهای صورت (ریشه‌های Z_i) را صفر مدار می‌نامند

$Z_i \rightarrow$ صفرها (از Z برای Zero استفاده می‌کنیم)

$P_i \rightarrow$ قطب‌ها (از P برای pole استفاده می‌کنیم)

این به دلایل بعدی است

که در تابع شبکه توابعی چون e^{s} نمی‌بینیم

$\Rightarrow P_{(s)} = a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_0$

$Q_{(s)} = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0 \Rightarrow \forall i \le m \quad a_i \in \mathbb{R}$

$\forall j \le n \quad b_j \in \mathbb{R}$

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

تحلیل: در شرط داریم که مدار خطی (LTI) است یعنی ضرایب معادلهٔ دیفرانسیل آن همگی حقیقی هستند پس $H(s)$ ای که از آن می‌یابیم هم ضرایب حقیقی دارد.

$$5\frac{d^2f}{dt^2} + 7\frac{df}{dt} + 8 = \text{forced response}$$

$$\text{forced responce} \xlongequal{\text{تناظر}} Q(s)$$

$$5\frac{d^2f}{dt^2} + \dots + 8 \xlongequal{\text{تناظر}} P(s)$$

اگر که در صورت یک ریشه مختلط داشته باشیم حتماً مزدوج آن را هم داریم. در مورد قطبها هم این گونه است

$$a_m s^m + \dots \xrightarrow{\text{چندجمله‌ای s دار}} (\text{چندجمله‌ای با توانهای زوج } s)\ s + (\text{چندجمله‌ای با توانهای زوج } s)$$

که این دو با هم برابر نیستند.

$$X(\omega) = \int_0^\infty x(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$ تبدیل فوریه

$\boxed{j\omega \subset s \quad \cancel{\Longleftrightarrow} \quad \text{تبدیل فوریه} \subset \text{تبدیل لاپلاس}}$ (در فوریه: $j\omega$) ← خیلی مهم

$$\frac{1}{s-a} \xleftrightarrow{\text{تبدیل لاپلاس}} e^{at}u(t)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

"به نام خدا"

جلسه بیست و چهارم

network function: $H_{(s)} = \dfrac{P(s)}{Q(s)} = k \dfrac{\prod (s-z_i)}{\prod (s-P_i)}$

تعریف: $F(s)$ یک تابع شبکه‌ی مدار LTI مناسب است اگر $m<n$ باشد.
اگر $m \geq n$ باشد (از دید ریاضی یک پاسخ است ولی از دید مداری خیلی جالب نیست)

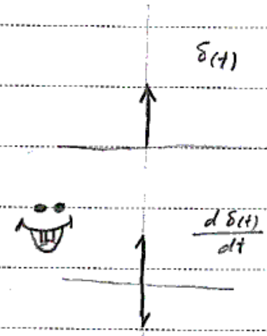
چون $m \geq n$، $P(s)$ را بر $Q(s)$ تقسیم می‌کنیم تا خارج قسمت و مقسوم علیه را بیابیم و به شکل زیر می‌شود.

$$F_{(s)} = \hat{P}_{(s)} + \frac{R(s)}{Q(s)}$$

$$\hat{P}_{(s)} = \left[A_{m-n} s^{m-n} + A_{m-n-1} s^{m-n-1} + \dots + A_0 \right]$$

$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \quad \downarrow$ ضربه زمانی

$A_{m-n} \dfrac{d^{m-n} \delta}{dt^{m-n}} \qquad A_1 \dfrac{d\delta}{dt} \quad A_0 \delta_{(t)}$



قسمت $\dfrac{R(s)}{Q(s)}$

$$f_{(t)} = e^{at} u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F_{(s)} = \frac{1}{s-a}$$

Example:

$$F_{(s)} = \frac{s^2+3s+5}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{k_1}{s+1} + \frac{k_2}{s+2} + \frac{k_3}{s+3}$$

ضرب طرفین در $s+1$

$$\Longrightarrow \frac{s^2+3s+5}{(s+2)(s+3)} = k_1 + \frac{k_2(s+1)}{s+2} + \frac{k_3(s+1)}{s+3} \xrightarrow{s=-1} \frac{3}{1 \times 2} = k_1 + 0$$

$$\Longrightarrow k_1 = \frac{3}{2}$$

به همین ترتیب

$$\Longrightarrow k_2 = \frac{4-6+5}{-1 \times 1} = \frac{3}{-1} = -3$$

$$k_3 = \frac{9-9+5}{-2 \times -1} = 2.5$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} f(t) = (1.5e^{-t} - 3e^{-2t} + 2.5e^{-3t})\,u(t)$$

* به قطب هایی که یک بار تکرار دارند قطب ساده گویند (ریشه‌ی ساده مخرج) در غیر این صورت به آن قطب مکرر می‌گوییم (ریشه‌ی مضاعف مخرج)

اگر $F(s)$ فقط قطب ساده داشته باشد:

$$\underset{\text{مناسب}}{F(s)} = \sum_{j=1}^{n} \frac{k_j}{s - p_j}$$

می‌توان $F(s)$ را به صورت فوق نمایش داد. و داریم:

$$k_j = (s - p_j)\,F(s)\Big|_{s = p_j}$$ ← این رابطه برای قطبهای مختلط و ساده برقرار است

از این به بعد خیلی راحت و سریع‌تر پاسخ در حوزه‌ی زمان محاسبه می‌کنیم

Example:

$$\underset{\text{مناسب}}{F(s)} = \frac{s^2 + 3s + 5}{(s+1)^2 (s+2)} = \frac{k_{11}}{s+1} + \frac{k_{12}}{(s+1)^2} + \frac{k_2}{s+2}$$

$k_2 \Rightarrow$ ضرب طرفین در $s+2$ $\Rightarrow k_2 = 3$

$k_{12} \Rightarrow$ ضرب طرفین در $(s+1)^2$ $\Rightarrow k_{12} = 3$ (مشابه همان روند قبلی)

برای محاسبه‌ی k_{11} باید مقدار دهی کنیم

$$s = 0 \Rightarrow \frac{5}{2} = k_{12} + k_{11} + \frac{k_2}{2}$$

$$\Rightarrow k_{11} = -2$$

* همیشه به این راحتی نیست. اگر (مثلاً $s+2$ هم مکرر بود). راه حل:

✓ ۱ـ عدد گذاری پس از محاسبه k_q که برای بزرگ‌ترین توان

۲ـ مخرج مشترک گرفتن و بعد متحد قرار دادن با اصلی

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\Longrightarrow f_{(t)} = (3e^{-2t} - 2e^{-t} + 3te^{-t})\, u_{(t)}$$

$$\mathcal{L}_{(3te^{-t})} = \frac{3}{(s+1)^2}$$

Example:

$$F_{(s)} = \frac{s+3}{(s+2-j)(s+2+j)} = \frac{k_1}{s+2-j} + \frac{k_2}{s+2+j}$$

$$k_1 = \left.\frac{s+3}{s+2+j}\right|_{s=-2+j} = \frac{1+i}{2j} = \frac{1}{2}(1-i)$$

$$k_2 = \left.\frac{s+3}{s+2-j}\right|_{s=-2-j} = \frac{1-i}{-2i} = \frac{1}{2}(1+i)$$

$$\Longrightarrow f_{(t)} = \left(\frac{1}{2}(1-i)\, e^{(-2+i)t} + \frac{1}{2}(1+i)\, e^{(-2-i)t}\right) u_{(t)}$$

ما مطمئن هستیم که پس از $e^{i\theta} = cis\theta$ حاصل‌ها به ازای i در جواب‌ها حذف می‌شوند
شده‌اند

$$\Rightarrow f_{(t)} = \frac{1}{2} e^{-2t}\left[(1-i)(\cos t + i\sin t) + (1+i)(\cos t - i\sin t)\right]$$

$$f_{(t)} = \frac{1}{2} e^{-2t}\left[\cos t + \cancel{i\sin t} - \cancel{i\cos t} + \sin t + \cos t - \cancel{i\sin t} + \cancel{i\cos t} + \sin t\right]$$

$$f_{(t)} = e^{-2t}(\cos t + \sin t)$$

حوزهٔ زمان	حوزهٔ فرکانس
معادلهٔ دیفرانسیل →	معادلهٔ جبری
	↓
پاسخ در حوزهٔ زمان ←	حل و عملیات ساده‌تر است

Subject:
Year. Month. Date. ( )

قضیه مقدار اولیه:

$$\lim_{s\to\infty} sF(s) = f(0)$$

(قضیه مقدار نهایی - پایداری فرض)

$$\lim_{s\to 0} sF(s) = f(\infty)$$

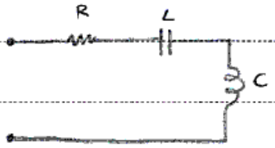
"به نام خدا"

جلسه هفتم (تدریس یار):

* در مدارات LTI اگر ورودی دارای فرکانسهای ω_1 تا ω_n داشته باشد خروجی نمی‌تواند فرکانسی غیر از فرکانس‌های ورودی داشته باشد.

• محاسبه k و Q و ω_0 برای یک مدار تشدید سری:

امپدانس دیده شده را حساب می‌کنیم

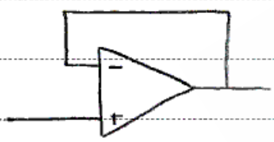


$$Z = R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L$$

$$\frac{1}{H(\omega)} = \frac{R\omega C + i[\omega^2 LC - 1]}{\omega C}$$

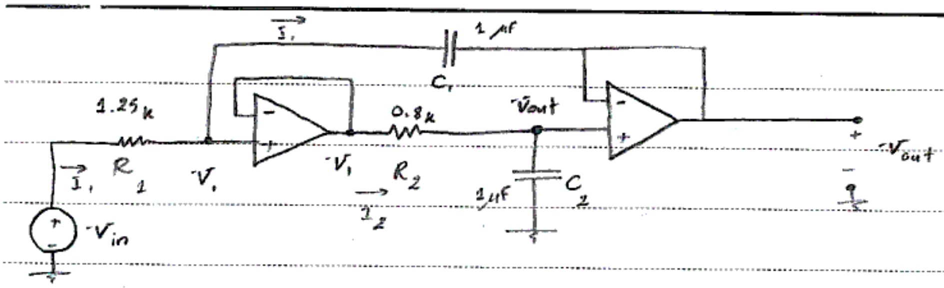
$$\Rightarrow H(\omega) = \frac{1}{Z} = \frac{\omega C}{R\omega C + i[\omega^2 LC - 1]} = \frac{1/R}{1 + iQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{R}, \quad Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



Buffer → کار تطبیق امپدانس ؟؟؟

سوال ۲ تمرین



$$I_1 = \frac{V_{in} - V_1}{R_1} \quad , \quad I_1 = \frac{V_1 - V_{out}}{\frac{1}{i\omega C}}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_{out}}{R_2} \quad , \quad I_2 = \frac{V_{out}}{\frac{1}{i\omega C_2}}$$

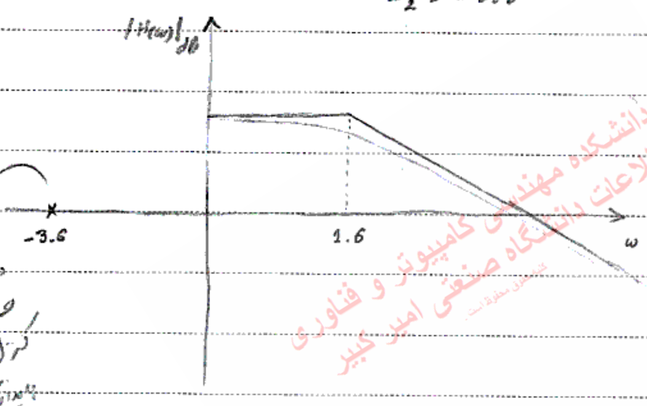
$$\xrightarrow[\text{روابط بالا}]{\text{با جاگذاری}} \frac{V_{out}}{V_{in}} = H(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega C_2 R_2 - \omega^2 R_1 R_2 C^2} \Longrightarrow H(\omega) = \frac{1}{(1-\omega)^2 + i\,0.8\omega}$$

← چگونه قطب ها را پیدا کنیم؟؟؟ دو راه:

۱. استفاده از Laplace ← تجزیه به صورت $(1+a_1 s)(1+a_2 s)$ در می آید

۲. استفاده از تعریف فرکانس قطع

$$\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2)^2 + 0.8^2\omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \xrightarrow[\text{معادله}]{\text{حل}} \begin{aligned} \omega_1 &= 1.6 \\ \omega_2 &= -3.8 \end{aligned}$$



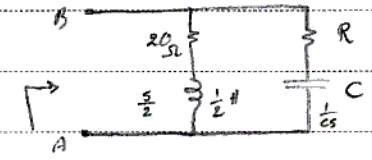
→ مثل یک فیلتر پایین گذر عمل می کند

در کاربردهای عملی در نمودار Bode حساب نمی شود! در کنترل سیستم از آن برای پایداری سیستم استفاده می شود

Subject:

Year. Month. Date. ( )

در مدار شکل مقابل R و C را به گونه‌ای تعیین کنید که امپدانس دیده شده از دو سر A و B مستقل از فرکانس باشد



$$Z_{(s)} = (20 + 0.5s) \parallel \left(R + \frac{1}{cs}\right)$$

$$Z = \frac{(20 + 0.5s)\left(R + \frac{1}{cs}\right)}{20 + R + s\left(0.5 + \frac{1}{c}\right)}$$

$$= \frac{(20 - 0.5s)(sRC + 1)}{sC\,(20 + 0.5s) + sRC + 1}$$

$$= \frac{(0.5 + 20RC)s + 0.5RCs^2 + 20}{0.5cs^2 + (20c + RC)s + 1} \Longrightarrow$$ برای اینکه مستقل از $(s = j\omega)$ باشد باید صورت ضریبی از دومی باشد:

$$\frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f} = k \Longrightarrow \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

$$\Longrightarrow \frac{0.5RC}{0.5C} = \frac{20}{1} \Longrightarrow R = 20\Omega \Longrightarrow C = \frac{1}{800}$$

اگر بخواهیم مداری را با تبدیل لاپلاس تحلیل کنیم:

۱- به جای $L \longrightarrow sL$ قرار دهیم

۲- به جای $C \longrightarrow \frac{1}{sC}$

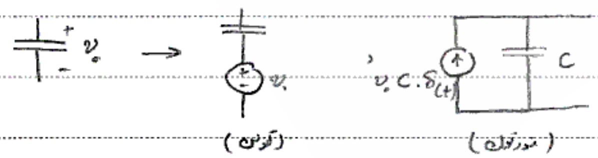
۳- همهٔ منابع مدار را به حوزه لاپلاس می‌بریم.

$\mathcal{L}[\delta_{(t)}] = 1$

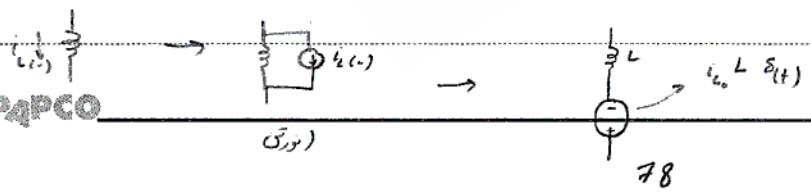
$\mathcal{L}[u_{(t)}] = \frac{1}{s}$

$\mathcal{L}[r_{(t)}] = \frac{1}{s^2}$

۴- اگر سلف و خازن شرایط اولیه دارند به جای آنها مدار معادل قرار دهید و سلف و خازن بدون شرایط اولیه در محاسبات وارد کنید.

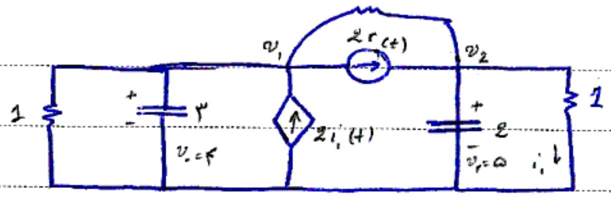


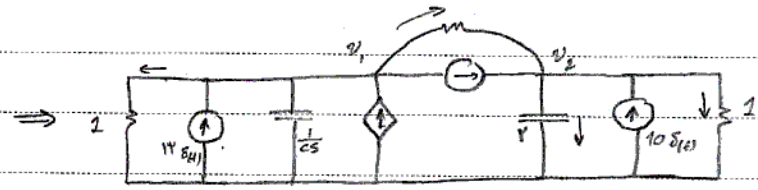
(تونن) (نورتن)



(نورتن)

1





v_1 گره : KCL
$$\begin{cases} \dfrac{v_1}{1} + \dfrac{v_1}{(3s)^{-1}} + \dfrac{v_1 - v_2}{1} + \dfrac{2}{s^2} = 12 + 2I_1 \\[2ex] \dfrac{v_1 - v_2}{1} + \dfrac{2}{s^2} + 10 = \dfrac{v_2}{\frac{1}{2s}} + I_1 \\[2ex] I_1 = \dfrac{v_2}{1} \end{cases}$$
v_2 گره :

ساده کردن
$$\Longrightarrow \begin{cases} v_1(2+3s) - 3v_2 = \dfrac{-2}{s} + 12 \\ -v_1 + v_2(2s+2) = \dfrac{2}{s^2} + 10 \end{cases} \Longrightarrow \begin{array}{l} v_1 = F(s) \longrightarrow \text{پاسخ کامل} \\ v_2 = G(s) \end{array}$$

پاسخ ورودی صفر

پاسخ حالت صفر

در معادلات دیفرانسیل ⟵ پاسخ کامل = پاسخ طبیعی + پاسخ خصوصی

حوزه لاپلاس ⟵ پاسخ کامل = پاسخ حالت صفر + پاسخ ورودی صفر

"به نام خدا"

جلسه بیست و پنج :

قضیه مقدار اولیه : برای هر سیستم LTI که تبدیل لاپلاس وجود داشته باشد آنگاه:

$$\lim_{s\to\infty} sF(s) = \lim_{p\to 0^-} f(p)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

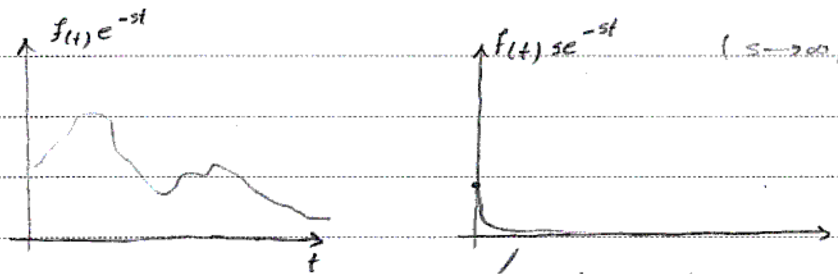
اثبات:
$$\Rightarrow \lim_{s\to\infty} s\int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt \xrightarrow[\text{انتگرال}]{\text{درون}} \lim_{s\to\infty} \int f(t)\,s\,e^{-st}\,dt$$

باید همگرا و صفر باشد تا این انتگرال وجود داشته باشد

$$\approx \lim_{s\to\infty} f(0^-)\int s e^{-st}\,dt = \lim_{s\to\infty} f(0^-)\left[-e^{-st}\right]_{0^-}^{\infty}$$

$$= \lim_{s\to\infty} f(0^-)\left[0-(-1)\right] = f(0^-)$$

توجیه ریاضی: $(s\to\infty)$



در تمامی نقاط صفر می‌شود (پارامتر s آن را صفر می‌کند به جز در $t=0$).

$$F(s) = k\,\frac{\prod_{m}(s-z_i)}{\prod_{n}(s-p_i)}$$

شرایط مناسب بودن: $m<n$

۱- $m>n \longleftarrow$ $\lim_{s\to\infty} sF(s) = \infty$ (کراندار نیست)

$\xRightarrow{\text{مقدار اولیه}}$ $f(0^-)\to\infty$

(اصلاً جالب نیست)

در پاسخ زمانی هم علاوه $\delta(t)$، $\frac{d\delta}{dt}$، ... وجود دارد که نتیجه می‌دهد $f(0^-)$ معلوم نیست و به سمت ∞ میل می‌کند

۲- اگر $n=m \longleftarrow$ $f(0^-)\to\infty$

در پاسخ زمانی یک $\delta(t)$ خواهیم داشت که نتیجه می‌دهد $f(0^-)\to\infty$

۳- اگر $m<n \longleftarrow$ آنگاه $\lim_{s\to\infty} sF(s) = k$ یا 0 ($m=n-1$ ، $m<n-1$)

فرم کلی پاسخ زمانی:

$$f(t) = \sum_{j=1}^{n} A_j e^{P_j t} \Longrightarrow f(0) = \sum_{j=1}^{n} A_j = k \text{ یا } 0$$
($m=n-1$ ، $m<n-1$)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

کاربرد قضیهٔ مقدار اولیه ← از روی پاسخ نهائی تشخیص دهیم در دسته ۱ و ۲ و ۳ کاربرد ندارد

قضیهٔ مقدار نهایی: اگر تبدیل لاپلاس حال مدار LTI موجود باشد و همه قطب‌های مزدوج موهومی

$\forall i \; : \; Real\{P_i\} < 0 \implies$

حتی صفر هم نه

$$\lim_{s\to 0} sF(s) = \lim_{t\to\infty} f(t) \equiv f_{(\infty)}$$

اثبات:

$$\frac{df}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} sF(s) - f_{(0^-)}$$

$$\implies \lim_{s\to 0} sF(s) = \lim_{s\to 0}\left[\int_{0^-}^{\infty} \frac{df}{dt} e^{-st} dt + f_{(0^-)}\right]$$

$$\lim_{s\to 0}\int_{0^-}^{\infty} \frac{df}{dt} e^{-st} dt \cong \lim_{s\to 0}\int_{0}^{\infty}\frac{df}{dt}dt$$ (با توجه به شرط قضیه نوشتیم)

$$\simeq \lim f(\infty) - f(0)$$

$$\implies \lim_{s\to 0} f(\infty) - f(0) + f(0) = f_{(\infty)}$$

فرض کنیم که:

$$f_{(t)} = \sin\omega t \implies F_{(s)} = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$\lim_{s\to 0} sF_{(s)} = \lim_{s\to 0}\frac{s\omega}{s^2+\omega^2} = 0$$, $\lim_{t\to\infty} \sin\omega t = ???$ نشان می‌دهد که

قضیهٔ مقدار نهایی برای این نوع $f_{(t)}=\sin\omega t$ صادق نیست زیرا Real{قطب} برابر صفر است

Subject:

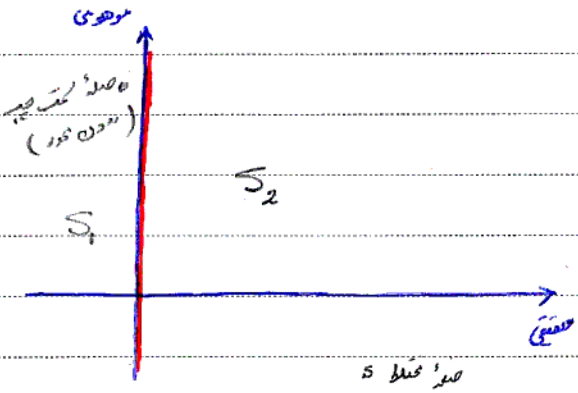
Year. Month. Date. ( )

تعریف: یک مدار یا شبکه پایدار است اگر یک عدد حقیقی m یافت شود به گونه‌ای که: $\exists m \in R : |h(t)| < m$

$$H(s) = \frac{\prod_{i=1}^{m} (s-z_i)}{\prod_{j=1}^{n} (s-P_j)} \Rightarrow h(t) = \sum_{j=1}^{n} A_j e^{P_j t}$$

$$|h(t)| < M \Rightarrow \left|\sum_{j=1}^{n} A_j e^{P_j t}\right| < M \Rightarrow \forall j : Real\{P_j\} \leq 0$$

حالت نوسانی کراندار می‌شود



اگر قطب‌ها همگی در ناحیهٔ S_1 قرار گیرند مدار پایدار بوده و $f(\infty)$ هم تعریف شده است

اگر قطبی (یا حتی اگر دوتا از آنها) به شرط مزدوج بودن

مدار پایدار است ولی $f(\infty)$ ندارد. همهٔ جملات دیگر میرا می‌شوند (اگر در ناحیهٔ S_1 باشند)

کافی است تنها یک قطب در S_2 باشد تا مدار پایدار نباشد و قضیهٔ مقدار نهایی قابل اعمال نیست.

یا حتی یا دوتا مزدوج

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$as^3 + bs^2 + cs + d$

$\pm \frac{d}{a}\ ,\ \pm 1$

این اعداد را امتحان کنید

جلسه هشتم (تدریس یار):

$$F(s) = \frac{5s-1}{s^3-3s-2} \Longrightarrow F(s) = \frac{5s-1}{(s+1)^2[s-2]} = \frac{5(s+1)-6}{(s+1)^2(s-2)}$$

$s+1 = s$ $\Longrightarrow f(t) = e^{-t} h(t)$

$$H(s) = \frac{5s-6}{s^2(s-3)} \Longrightarrow K(s) = \frac{5s-6}{s(s-3)} \ ;\ h(t) = \int k(t)\, dt$$

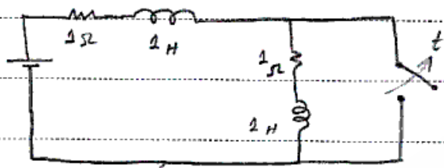
$$\xrightarrow{\text{تفکیک}} k(s) = \frac{2}{s} + \frac{3}{s-3} \Longrightarrow k(t) = 2u(t) + 3e^{3t}$$

$$\Longrightarrow h(t) = 2t + e^{3t} - 1 = \int_0^t (2u(t) + 3e^{3t})\, dt$$

$$\Longrightarrow f(t) = 2te^{-t} + e^{+2t} - e^{-t}$$

$$F(s) = \frac{1}{s^3+3s^2+4s+2} = \frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)} = \frac{1}{(s+1)[(s+1)^2+1]} \Longrightarrow H(s) = \frac{1}{s(s^2+1)}$$

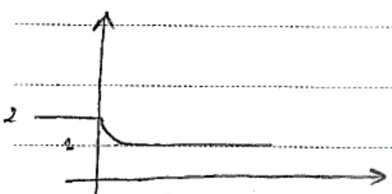
$$G(s) = \frac{1}{s^2+1} \Longrightarrow g(t) = \sin t \Longrightarrow h(t) = -\cos t + 1 \Longrightarrow f(t) = -e^{-t}(\cos t - 1)$$



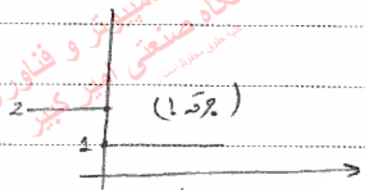
۱ـ منبع ولتاژ یا جریان ضربه داشته باشد

۲ـ دو چند لسف سری به دو چند خازن موازی باشد

در این دو حالت متغیرهای 0^- و 0^+ با هم برابر نخواهد بود. و به حال در نظر گرفتن 0^- باید 0^+ را در نظر گرفت. در مدار فوق:



عجب است!



صعود است!

پایستگی بقای شار

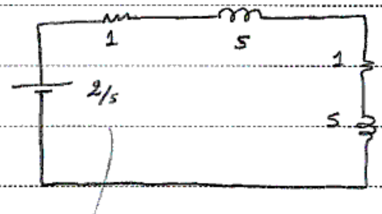
$$i_L(0^+) = ? \Longrightarrow i_L(0^-) \times \underset{=1}{L} = L_{eq} \times i_L(0^+) \Longrightarrow 2\times 1 = 2 \times i_L(0^+)$$

$\varphi = IL \to$ شار سلف

$\Longrightarrow i_L(0^+) = 1_A$

$q = CV$ بار خازن

استفاده از حوزه لاپلاس برای حل مسئله:

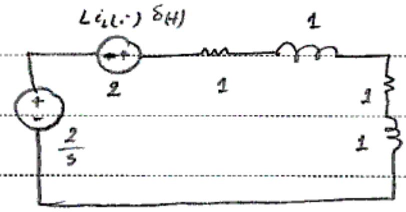


$\underset{t \to \infty}{u(t)} = D.C$

* لاپلاس برای صورتی است.

هر تغییر در لحظه $t=0$ باعث می‌شود که در $t=0$ برای اجزای L جدید اضافه شده‌اند (یا کم شده‌اند) یک منبع $u(t)$ خواهد بود تا شرایط جدید پدید آید.

معادل $\Longrightarrow$



$$KVL: \quad -\frac{2}{s} - 2 + I + sI + 1 + sI = 0$$

$$\Longrightarrow \quad I = \frac{1+\frac{1}{s}}{1+s} = \frac{1}{s} \quad \Longrightarrow \quad i(t) = u(t)$$

چون منبع‌ای را از تحلیل خروجی مدار داشتیم

$$V_{L(s)} = -2 + I_{(s)} = -1$$

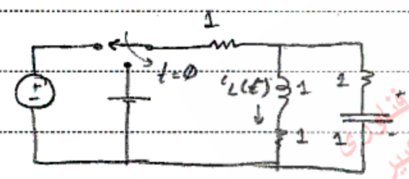
$$\longrightarrow \quad v_L(t) = -\delta_{(t)}$$

* نکته: ضربه پاسخ خصوصی تولید نمی‌کند!

$$\text{differential equation} = \underbrace{f_{(t)}}_{} + \underbrace{\delta(t)}_{}$$

پاسخ خصوصی تولید می‌کند — پاسخ خصوصی تولید نمی‌کند

سوال ۶:

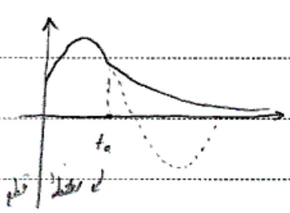


پس از حل حالت دائمی sin:
$v_{C(0^-)} = A\cos(\omega t + \theta_c)$
$i_{L(0^-)} = B\cos(\omega t + \theta_L)$

چون کلید در $t=0$ بسته می‌شود
$i_L(0^-) = i_L(0^+)$ و $v_C(0^+) \neq v_C(0^-)$

پس
$v_{C(0^+)} = A\cos\theta_c$
$i_L(0^+) = B\cos\theta_L$

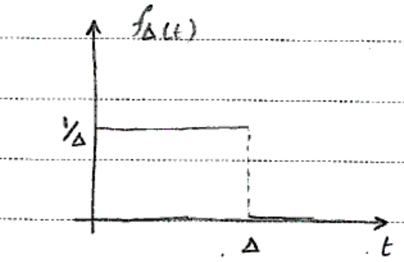
با این شرایط اولیه در حوزه لاپلاس و زمان حل می‌کنیم

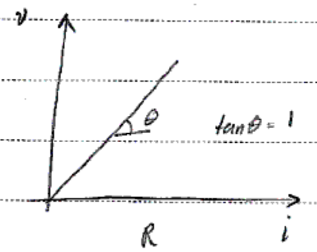


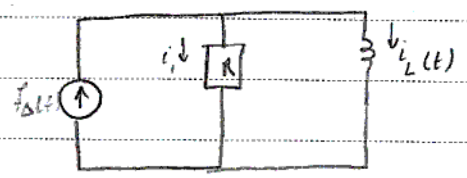
Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ نهم (تدریس‌یار):

مسئلهٔ اول:







$$i_1 = L\frac{di}{R} = L\frac{di}{dt}\frac{1}{R} = \frac{1}{R}\frac{di_L}{dt}$$

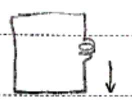
$$\Rightarrow \quad i_1 + i_L = f_\Delta(t)$$

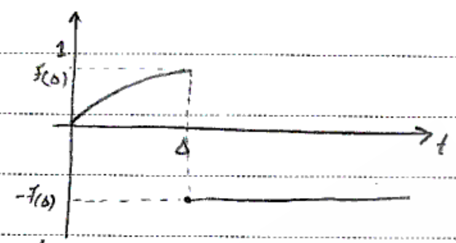
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L = f_\Delta(t)$$

$$\xrightarrow{i>0} R = 1 \quad \Rightarrow \quad i_L = \frac{1}{\Delta}(1 - e^{-t}) \qquad \boxed{t < \Delta}$$

برای $t > \Delta$: چون $f_\Delta(t)$ صفر می‌شود منبع جریان باز شده ← جهت جریان سلف عکس می‌شود.

طبق مشخصهٔ مقاومت در جریان منفی مقاومت مقدار صفر دارد یعنی اتصال کوتاه.

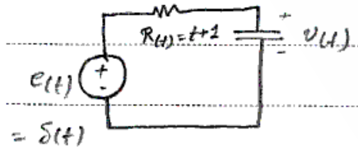




اگر در سلف کمیت ناگهانی عوض شود (صفر ایجاد شود) جریانش عکس می‌شود.

مسئلهٔ دوم:

پاسخ ضربه مدار روبه‌رو با (خروجی $v(t)$) چیست؟



$$\delta(t) = R(t)\frac{dv}{dt} + v(t)$$

$$\Rightarrow \quad \delta(t) = (t+1)\frac{dv}{dt} + v(t)$$

$$\delta(t) = \frac{d}{dt}\left[(t+1)\,v(t)\right]$$

چون شرط اولیه نداریم

$$\int_0^t \delta(t)\,dt = \int_0^t \frac{d}{dt}\left[(t+1)\,v(t)\right] \quad \Rightarrow \quad v(t) = \frac{1}{t+1}\,u(t)$$

حل با لاپلاس:

$$1 = sV - v(0) + \frac{d}{ds}(sV - v(0)) + V$$

$$1 = sV + 2V$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{s+2} \Rightarrow v = e^{-2t} \quad ?$$

چرا یکی شد؟

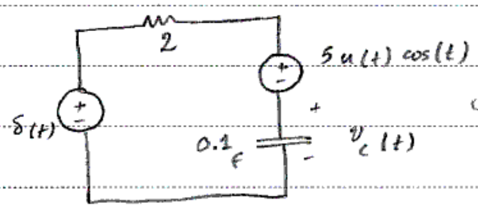
* نکته:

$$\int_{0^-}^{0^+} dv_c(t) = v_c(0^+) - v_c(0^-) = A \begin{cases} = 0 \rightarrow \text{پیوسته} \\ \neq 0 \rightarrow \text{جهش داشته باشیم} \end{cases}$$

$$\int_{0^-}^{0^+} v_c(t)\,dt = 0$$

مسئله سوم:

$$\Delta v_c(0) = v_c(0^+) - v_c(0^-) = ?$$



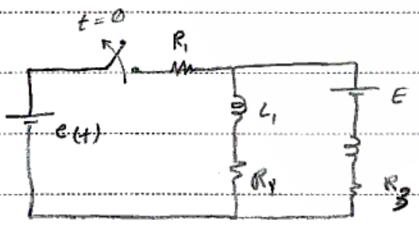
راه حل: معادله دیفرانسیل را انتگرال بگیر در بازه‌ای که خواسته شده.

$$KVL: \quad -\delta(t) + \left(0.1\frac{dv}{dt}\right)\times 2 + 5u(t)\cos t + v_c(t) = 0$$

$$\int \Rightarrow -\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)\,dt + 0.1\times 2\int_{0^-}^{0^+}\frac{dv}{dt}\,dt + \int_{0^-}^{0^+}\cos t\, u(t)\,dt + \int_{0^-}^{0^+} v_c(t)\,dt = 0$$

$$\Rightarrow -1 + 0.2(\Delta v) = 0 \Rightarrow v_c(0^+) - v(0^-) = 5$$

مسئله چهارم:



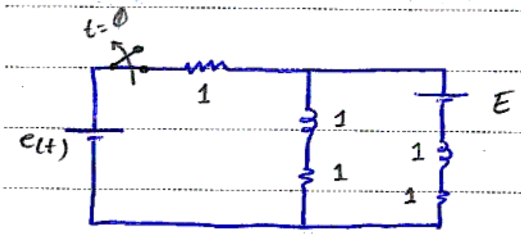
مقدار E را طوری تعیین کنید که هنگام باز شدن کلید جرقه نزند.

شرط جرقه نزدن:

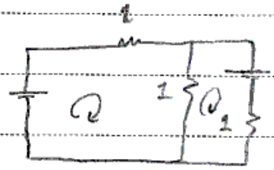
$$i_{L_1}(0) = -i_{L_2}(0)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

به مقدار معادل



با حالت ⟹ جریان اولیه

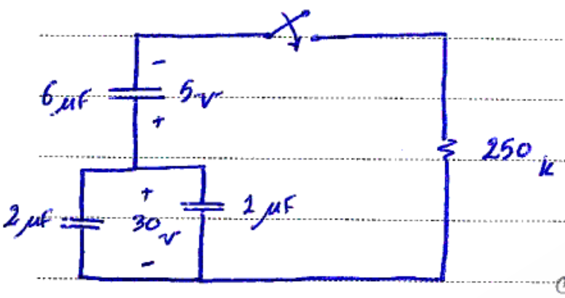


$$2 - I_1 - (I_1 + I_2) = 0$$
$$-i_1 + E + i_2 = 0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = \dfrac{2+E}{3} \\ i_2 = \dfrac{2-2E}{3} \end{cases}$$ شرایط اولیه معادل

برای آنکه زمانی که کلید باز می‌شود جرقه نداشته باشیم (یعنی در لحظه ۰ (جرقه) ایجاد شود) باید در دو شاخه KCL برقرار باشد. یعنی $i_1(0) = -i_2(0)$

$$\Rightarrow \frac{2+E}{3} = \frac{2E-2}{3} \Rightarrow E = 4_V$$

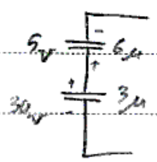
مسئله نهم:



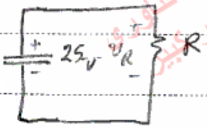
خازن‌ها دارای شرایط اولیه داده شده هستند. در $t=0$ کلید بسته می‌شود چه کسری از انرژی خازن‌ها در مقاومت تلف می‌شود؟

در اینجا نیازی به استفاده از قانون بقای بار نیست چون خازن‌ها موازی هم نمی‌شوند.

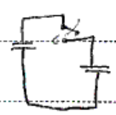
مدار معادل با حالت انرژی تلف شده در R



$\Rightarrow$ 2μ



نقض KVL ←



نقض KCL ←

$$\Rightarrow v_R = 25e^{-2t} \longrightarrow P(t) = \frac{v^2}{R} = 25\times10^{-4}e^{-4t}$$

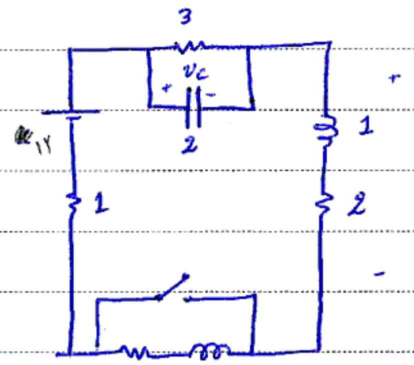
$$W = \int_0^\infty P(t)\,dt = \frac{25}{4}\times10^{-4}\,j \longrightarrow$$ انرژی تلف شده در مقاومت

$$\sum \tfrac{1}{2}C_iV_i^2 = \frac{57}{4}\times10^{-4}\,j \Longrightarrow$$ درصد تلف $= \frac{25}{57} = 43.9\%$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

<u>مسئله ششم</u>: کلید S به مدت طولانی باز بوده و $i_L(0)=1_A$ ، $v_c(0)=3_v$ در $t=0$ کلید را می‌بندیم. مطلوب است: $\frac{de(0^+)}{dt}$ و $e(0^+)$.



$$12u(t) = v_c(t) + e(t) + i_L(0) \qquad I$$

$$t=0 \Rightarrow 12 = v_c(0^+) + e(0^+) + i_L(0^+)$$

$$\Rightarrow e(0^+) = 8_v$$

$$2\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{3} = i_t \Big|_{t=0} \Rightarrow \frac{dv_c}{dt}\Big|_{t=0} = \text{صفر}$$

$$e(t) = L\frac{di}{dt} + 2i \Big|_{t=0} \Rightarrow \frac{di}{dt}\Big|_{t=0} = \text{صفر}$$

$$I \; , \; \frac{d}{dt} \Rightarrow \quad 0 = \frac{dv_c}{dt} + \frac{de}{dt} + \frac{di}{dt}\Big|_{t=0}$$

$$\frac{de(0^+)}{dt} = -6 \; v/s$$