

آیا جزوه را از سایت ما دانلود کرده اید؟

کتابخانه الکترونیکی PNUEB

پیام نوری ها بستاپید

مزایای عضویت در کتابخانه PNUEB :

دانلود رایگان و نامحدود خلاصه درس و جزوه

دانلود رایگان و نامحدود حل المسائل و راهنمای

دانلود کتابچه نمونه سوالات دروس مختلف پیام نور با جواب

WWW.PNUEB.COM

کتابچه نمونه سوالات چیست:

سایت ما اقتدار دارد برای اولین بار در ایران توانسته است کتابچه نمونه سوالات تمام دروس پیام نور که هر یک حاوی تمامی آزمون های برگزار شده پیام نور (تمامی نیمسالهای موجود **حتی امکان** با جواب) را در یک فایل به نام کتابچه جمع آوری کند و هر ترم نیز آن را آپدیت نماید.

مراحل ساخت یک کتابچه نمونه سوال

(برای آشنایی با رحالت بسیار زیاد تولید آن در هر ترم) :

دسته بندی فایلها - سرچ بر اساس کد درس - چسباندن سوال و جواب - پیدا کردن یک درس در نیمسالهای مختلف و چسباندن به کتابچه همان درس - چسباندن نیمسالهای مختلف یک درس به یکدیگر - وارد کردن اطلاعات تک تک نیمسالها در سایت - آپلود کتابچه و خیلی موارد دیگر.

همچنین با توجه به تغییرات کدهای درسی دانشگاه (ستثنایات زیادی در سافت کتابچه بوجود می آید که کار سافت کتابچه را بسیار پیچیده می کند .



كتابخانه الکترونیکی
PNUEB
WWW.PNUEB.COM

دانشگاه پیام نور

فیزیک پایه ۱ (مکانیک)

انتشارات دانشگاه پیام نور

UNIVERSITY PHYSICS بر اساس

HARRIS BENSON تالیف

ترجمه تدوین محمد رضا بهاری

تهیه کننده اسلایدها: محمد رضا بهاری

مباحث کلی درس

- مقدمات و تعاریف
- ریاضیات برداری
- سینماتیک حرکت یک بعدی و دو بعدی
- دینامیک ذره - قوانین نیوتون
- کار و انرژی
- پایستگی انرژی
- تکانه خطی
- دینامیک سیستم های ذرات و اجسام صلب
- سیستماتیک و دینامیک دوران جسم صلب حول محور ثابت
- تکانه زاویه ای، و تعادل جسم صلب

جایگاه و اهمیت درس

ارتباط بنیادی علوم پایه با همدیگر ایجاب می‌کند که دانشجویان هر علمی با کلیات و مفاهیم اساسی علوم دیگر آشنا باشند.

دانشجویان علوم پایه با یادگیری فیزیک پایه نه فقط با قوانین بنیادی طبیعت بلکه با منطق و روش علمی مطالعه این قوانین هم آشنا می‌شوند.

مثلًاً، دانشجویان رشته شیمی در بسیاری از دروس اصلی این رشته از مفاهیم و روابط فیزیک استفاده خواهند کرد، و دانشجویان رشته ریاضی خواهند دید که بسیاری از مفاهیم و روش‌های ریاضی چه کاربردهای مفیدی در بیان دقیق‌تر مفاهیم فیزیک و محاسبات مربوط به آنها دارند.

فصل اول: مقدمات

هدف کلی

آشنایی با بعضی تعاریف و اصطلاحات و مفاهیم لازم برای
شروع مطالعه فیزیک

■ فیزیک چیست ؟

■ مفهوم ، مدل ، قانون ، اصل و نظریه

■ یکاهای اندازه‌گیری

■ نمایش اعداد با توانهای ده و ارقام با معنی

■ چارچوب‌های مرجع و دستگاه‌های مختصات

Payam Noor University Ebook



فیزیک و تقسیم بندی های آن

■ مکانیک کلاسیک

■ ترمودینامیک

■ الکترومغناطیس

■ نسبیت خاص

■ مکانیک کوانتومی

■ نسبیت عام

(شاخه های عمده)

فیزیک کلاسیک

(نظریه های عمده)

فیزیک جدید

نکات قابل بحث:

- حوزه‌های کاربرد فیزیک کلاسیک و فیزیک جدید
- مفهوم ، قانون ، اصل ، مدل ، نظریه

یکاهای اندازه‌گیری

- مکانیک کلاسیک
- ضرورت تعیین استانداردهای مشترک
- خصوصیات مطلوب برای استانداردها
- دستگاه یکاهای بین المللی
(SI)
- کمیته‌ها و یکاهای اصلی
- کمیته‌ها و یکاهای فرعی (مشتق)
- کیلو گرم (یکای جرم)
- ثانیه (یکای زمان)
- متر (یکای طول)

یکاهای اصلی مکانیک
(در SI)



پیشوندهای یکاهاي SI

| نام | ضریب | پیشوند | نام | ضریب | پیشوند |
|-------|------------|--------|-----|-----------|--------|
| d | 10^{-1} | دسی | E | 10^{18} | اگزا |
| c | 10^{-2} | سانتی | P | 10^{15} | پتا |
| m | 10^{-3} | میلی | T | 10^{12} | ترا |
| μ | 10^{-6} | میکرو | G | 10^9 | گیگا |
| n | 10^{-9} | نانو | M | 10^6 | مگا |
| p | 10^{-12} | پیکو | k | 10^3 | کیلو |
| f | 10^{-15} | فمتو | h | 10^2 | هکتو |
| a | 10^{-18} | آتو | da | 10^1 | دکا |



■ تبدیل یکاها به روش ضرب کردن در کسرهای واحد مناسب ،
مثلًا

$$30 \text{ m/s} = \left(\frac{30 \text{ m}}{1 \text{ s}} \right) \left(\frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \right) \left(\frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \right) = \frac{30 \times 3600}{1000} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

■ نمایش اعداد برحسب توانهای ده ، مثلًا

$$0/000000002 = 2 \times 10^{-10}$$

$$926843200 \cong 9/3 \times 10^8$$

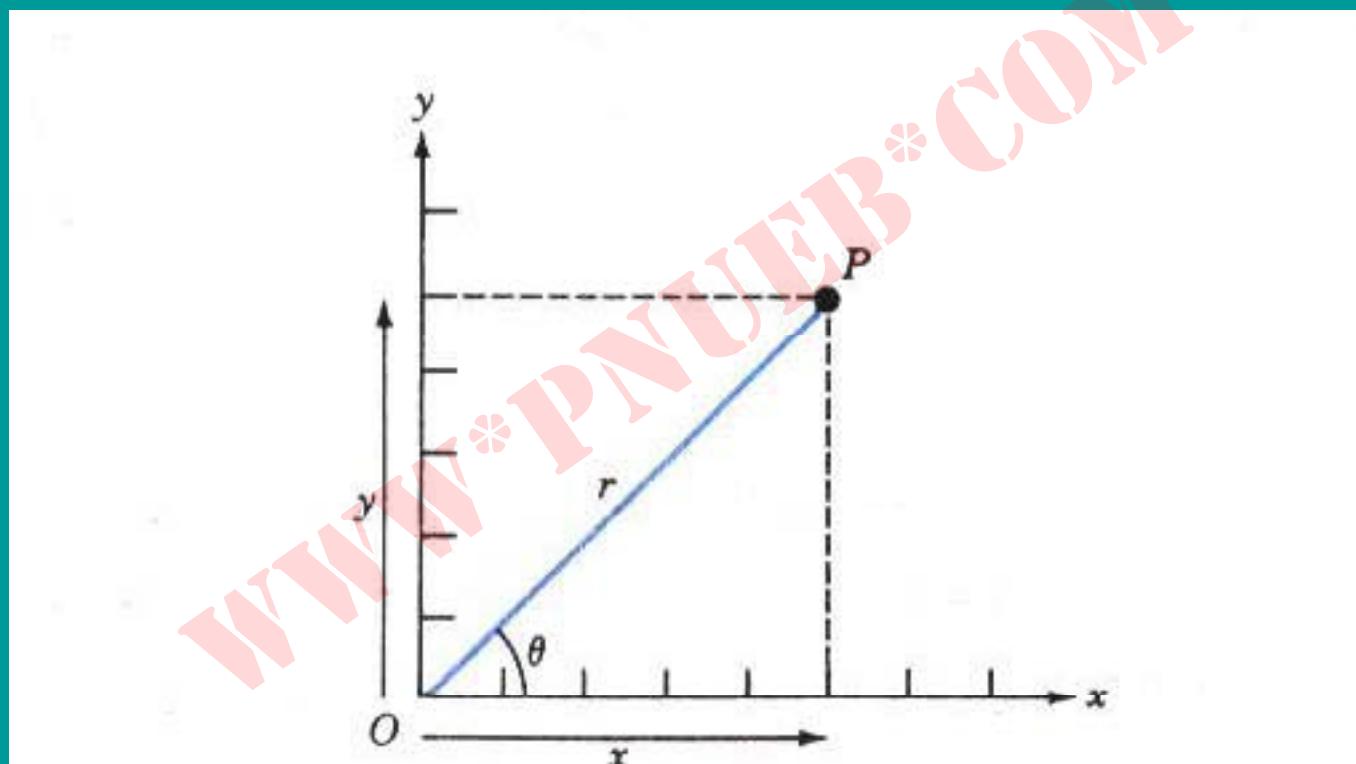
منظور از ارقام بامعنى

- تعیین ارقام بامعنى در عملیات جمع و تفریق
- تعیین ارقام بامعنى در عملیات ضرب و تقسیم

$$\frac{17/524 + 2/4 - 3/56}{(16/364)} = 16/4$$

$$\frac{\frac{36/479 \times 2/6}{14/58}}{(6/387)} = 6/4$$

چارچوب‌های مرجع و دستگاه‌های مختصات



(x, y) مختصات دکارتی و (r, θ) مختصات قطبی نقطه P اند.

روابط میان مختصات قطبی و مختصات دکارتی

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \end{cases}$$

مسائل فصل اول

۱. (الف) مسافتی که نور آن را در یک سال می پیماید سال نوری نامیده

می شود. با استفاده از سرعت نور که برابر با $m/s^{1.8} \cdot 10^8$ است ، سال
نوری را بر حسب کیلومتر بیان کنید .

(ب) متوسط فاصله میان زمین و خورشید ، که در حدود $m/s^{1.5} \cdot 10^{11}$ است ،

یکای نجومی (AU) نامیده می شود. سرعت نور را بر حسب
 AU/h حساب کنید .



۲. اتومبیلی با مصرف ۱ گالن بنزین می تواند مسافتی برابر با ۳۰ مایل را طی کند . میزان مصرف این اتومبیل را برحسب « لیتر در ۱۰۰ کیلومتر » (که یکای معمول برای مصرف اتومبیلهای سواری است) چقدر است ؟ هر گالن امریکایی برابر با ۷۹ لیتر است

۳. عدد π را برابر با ۱۴۱۵۹ را بگیرید و هریک از مقادیر زیر را حساب کنید:

(الف) مساحت دایره ای به شعاع $m\ ۴۰$

(ب) مساحت سطح کره ای به شعاع $m\ ۴۶$

(ج) حجم کره ای به شعاع $m\ ۲۳۱۸$

فصل دوم: بردارها

هدف کلی

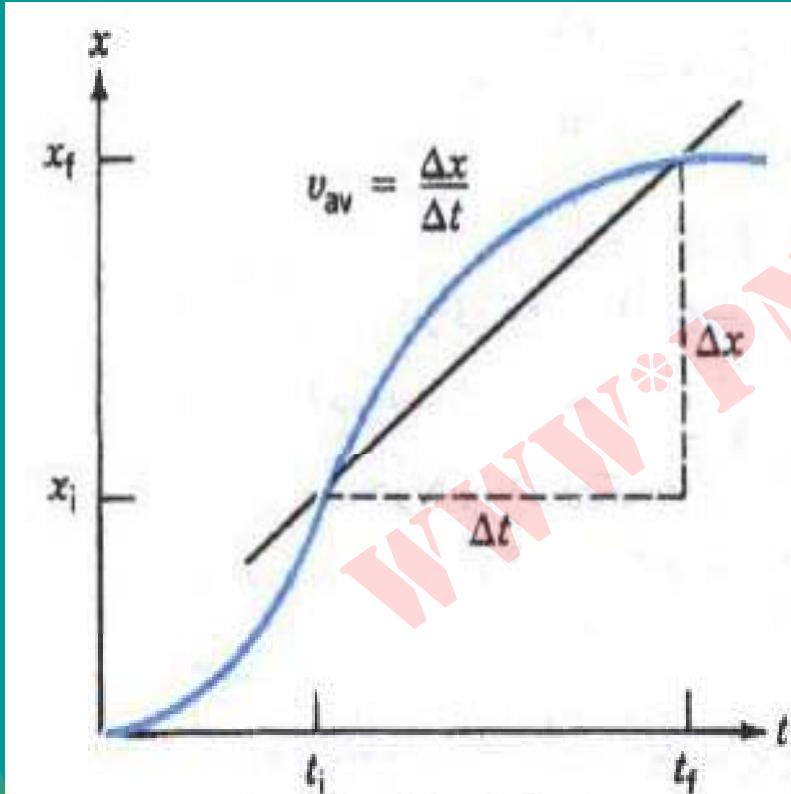
آشنایی با عملیات برداری (جبر برداری)

بردارها ابزار مفیدی برای بیان مختصر و دقیق
بعضی مفاهیم و قوانین فیزیک اند.

مطالب این فصل

- نمایش بردارها
- جمع بردارها
- مولفه‌ها و بردارهای یکه
- ضرب اسکالر
- ضرب برداری

نمایش هندسی (ترسیمی)



نمودار x بر حسب t برای ذره‌ای که سرعتش بکنواخت نیست. ضریب زاویه خط و اصل دو نقطه از معنی برابر با سرعت متوسط در آن بازه زمانی است.

نکات قابل بحث:

- کمیات برداری و کمیات اسکالار

- اندازه و جهت بردار

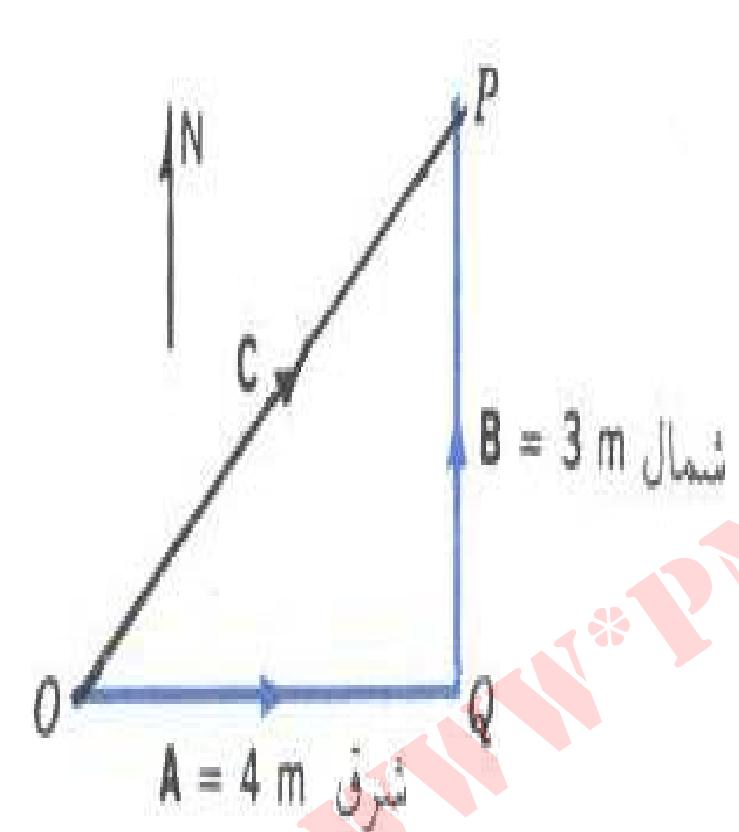
جمع بردارها

جمع هندسی

- روش دُم به سَر (برای بردارهای متواالی)
- روش قطر متوازی الاضلاع (برای
بردارهای هم مبدأ)

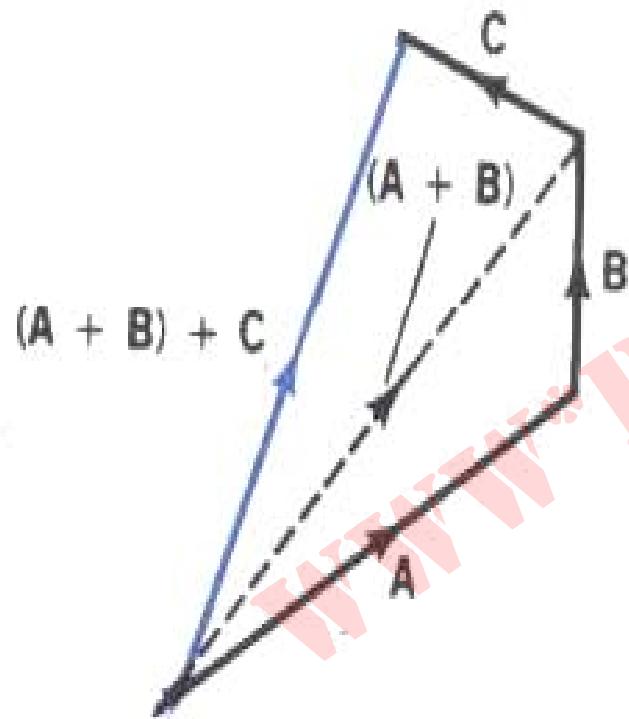
$$\bar{C} = \overset{\mu}{A} + \overset{\mu}{B}$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$



اگر کلی دو جایجایی \vec{B} و \vec{A} معادل
است با پک جایجایی \vec{C} ، که برایند \vec{B} و \vec{A} است.

خواص جمع برداری



جابه‌جایی پذیری

$$(B + C) + A = (B + (C + A))$$

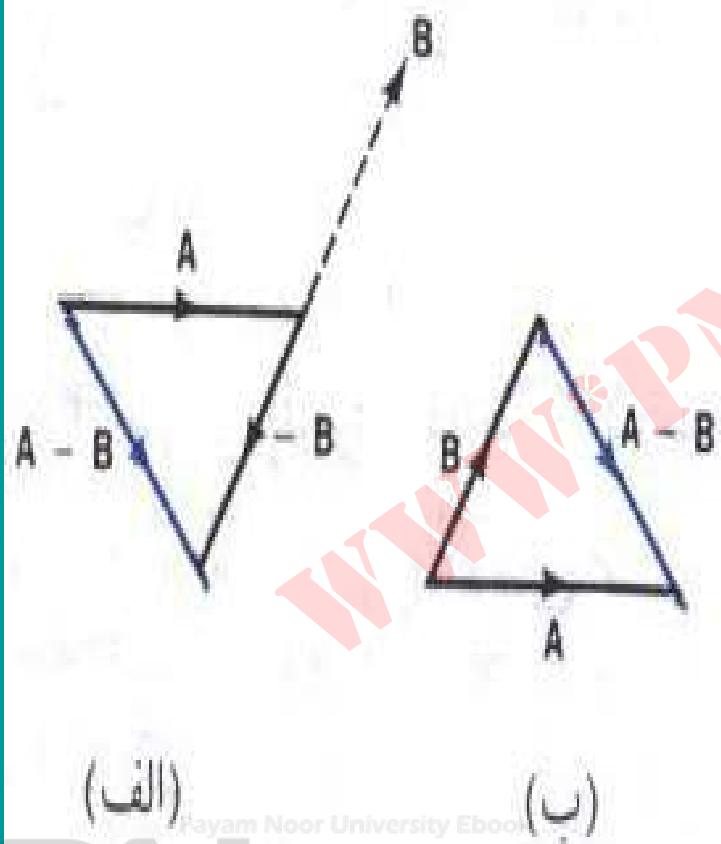
انجمان پذیری

نهایش خاصیت انجمان پذیری در جمع بردارها

Payam Noor University Book

PNJob

تفریق برداری

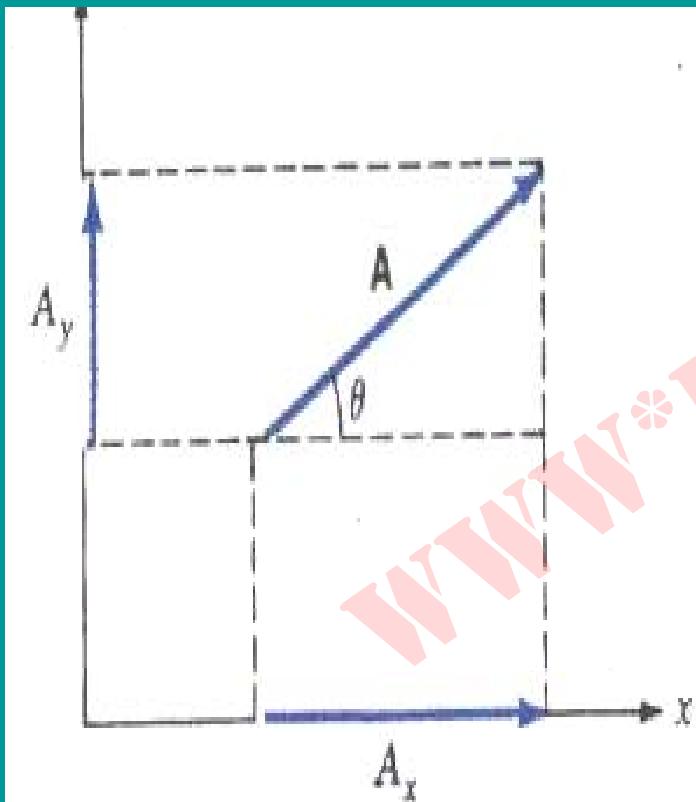


دو روش برای بروزگاردن تفاضل

دوبردار

PNUeb

مؤلفه‌های برداری



مُؤلفه‌های بردار \vec{A} در A_y و A_x

دستگاه مختصات دکارتی اند

بردار دو بعدی با دو مؤلفه اش (Ay و Ax)

(A و θ) ، یا اندازه و جهت اش

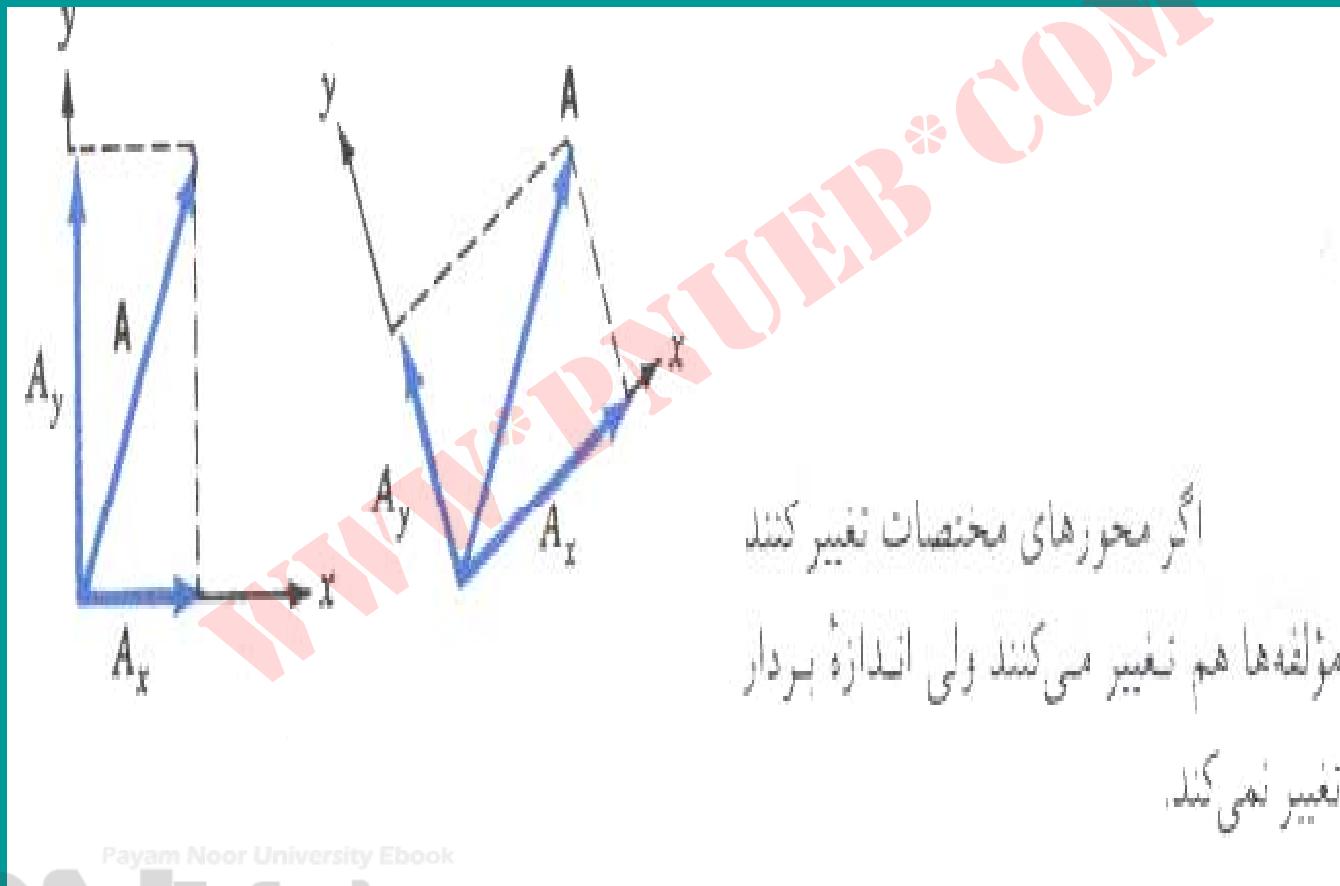
مشخص می شود.

$$\begin{cases} A_x = A \cos \theta \\ A_y = A \sin \theta \end{cases}$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{Ay}{Ax}$$

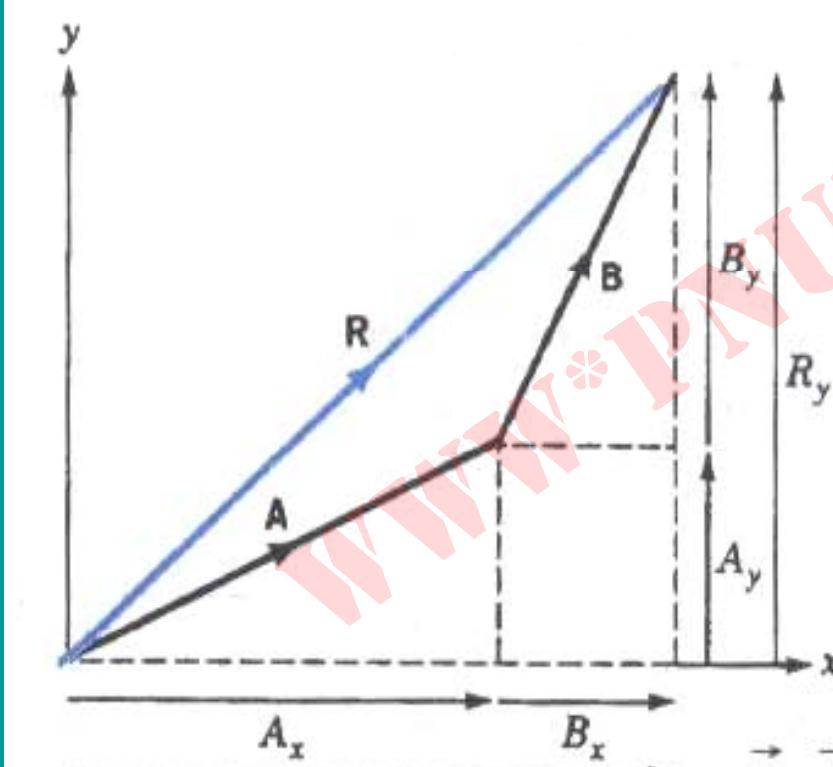
دَوْرَانِ دَسْتَگَاهِ مُخْتَصَات



Payam Noor University Ebook

PNUeb

جمع بردارها به روش تحلیلی (با استفاده از مؤلفه‌ها)



$$\text{مُؤْلَفَةَتَيْ بَرْدَار} \quad \vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\text{عَبَارَتَانِدَ اَز} \quad R_x = A_x + B_x \quad \text{و} \quad R_y = A_y + B_y$$

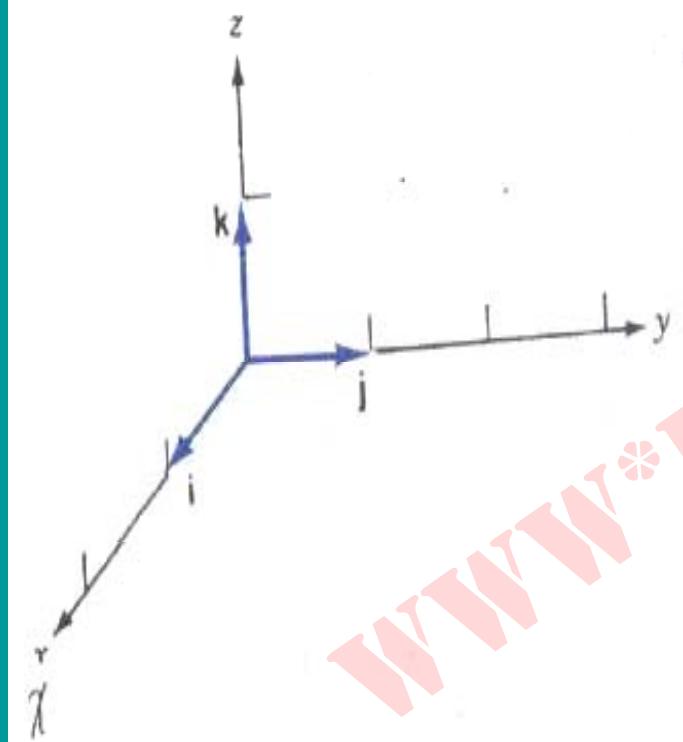
$$\overset{\text{P}}{R} = \overset{\text{P}}{A} + \overset{\text{P}}{B}$$

$$\begin{cases} R_x = A_x + B_x \\ R_y = A_y + B_y \end{cases}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

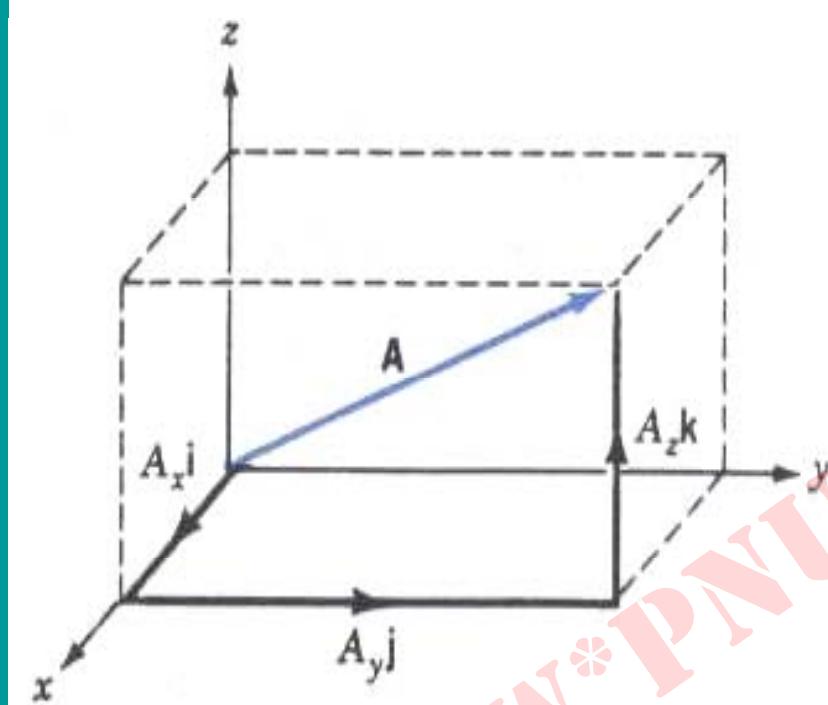
$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

بردارهای یکه



بردارهای یکه \hat{i} و \hat{j} و \hat{k} به ترتیب
در جهت x , y , z واقع اند.

$$\overset{\rho}{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$



بردار \vec{A} می توانیم، با استفاده از
بردارهای یکه، بر حسب مؤلفه هایش به صورت
 $A = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ نمایش بدهیم.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$



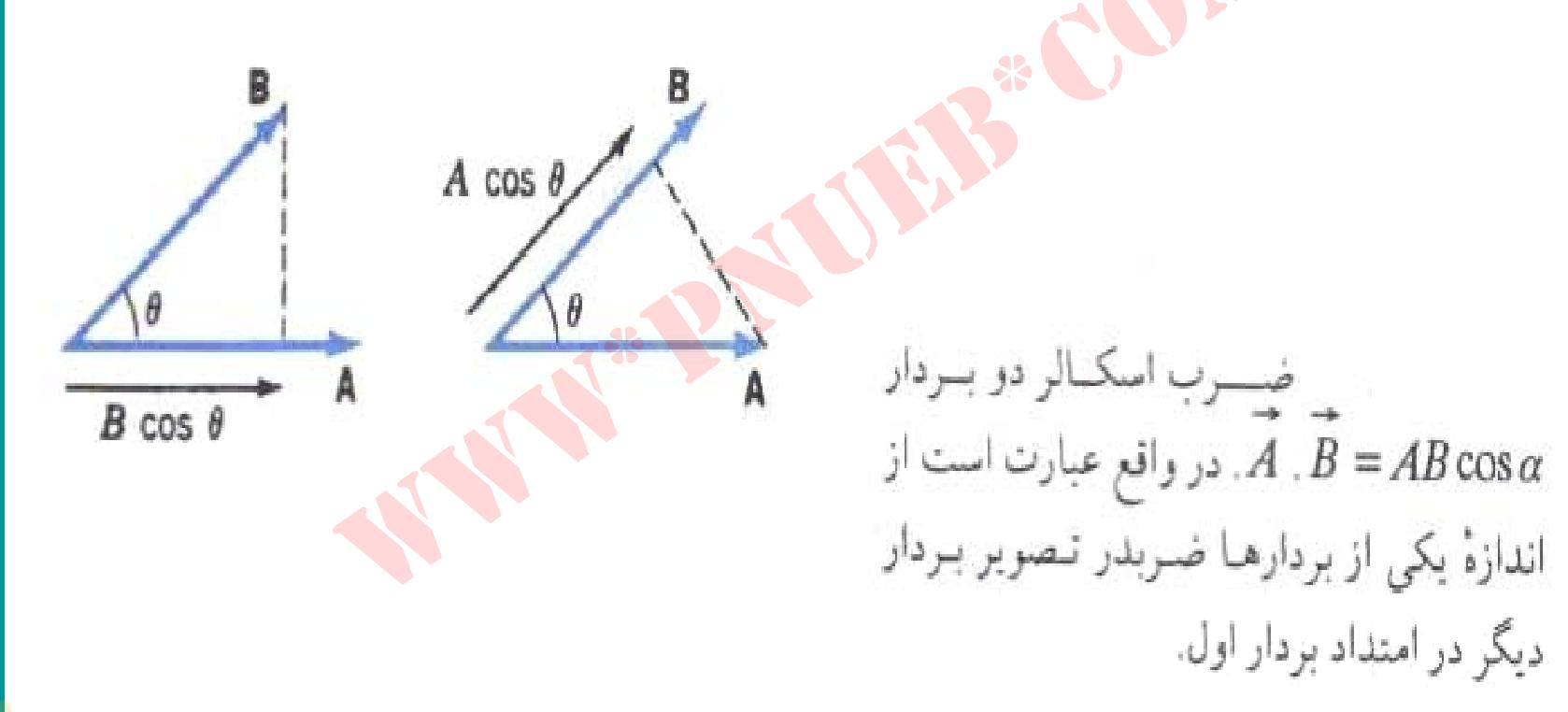
عملیات برداری با استفاده از

مؤلفه‌ها و بردارهای یکه

$$\overset{\rho}{A} + \overset{\rho}{B} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k}$$

$$\overset{\rho}{A} - \overset{\rho}{B} = (A_x - B_x) \hat{i} + (A_y - B_y) \hat{j} + (A_z - B_z) \hat{k}$$

ضرب اسکالر



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

خواص ضرب اسکالر

$$B \cdot A = A \cdot B$$

جابجایی پذیری

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$

توزيع پذیری

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

ضرب اسکالر برحسب مولفه‌ها

$$\overset{\mu}{A} \cdot \overset{\mu}{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\overset{\mu}{A} \cdot \overset{\mu}{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\overset{\mu}{A} \cdot \overset{\mu}{A} = AA \cos 0 = A^2 = A_x^2 A_y^2 A_z^2$$

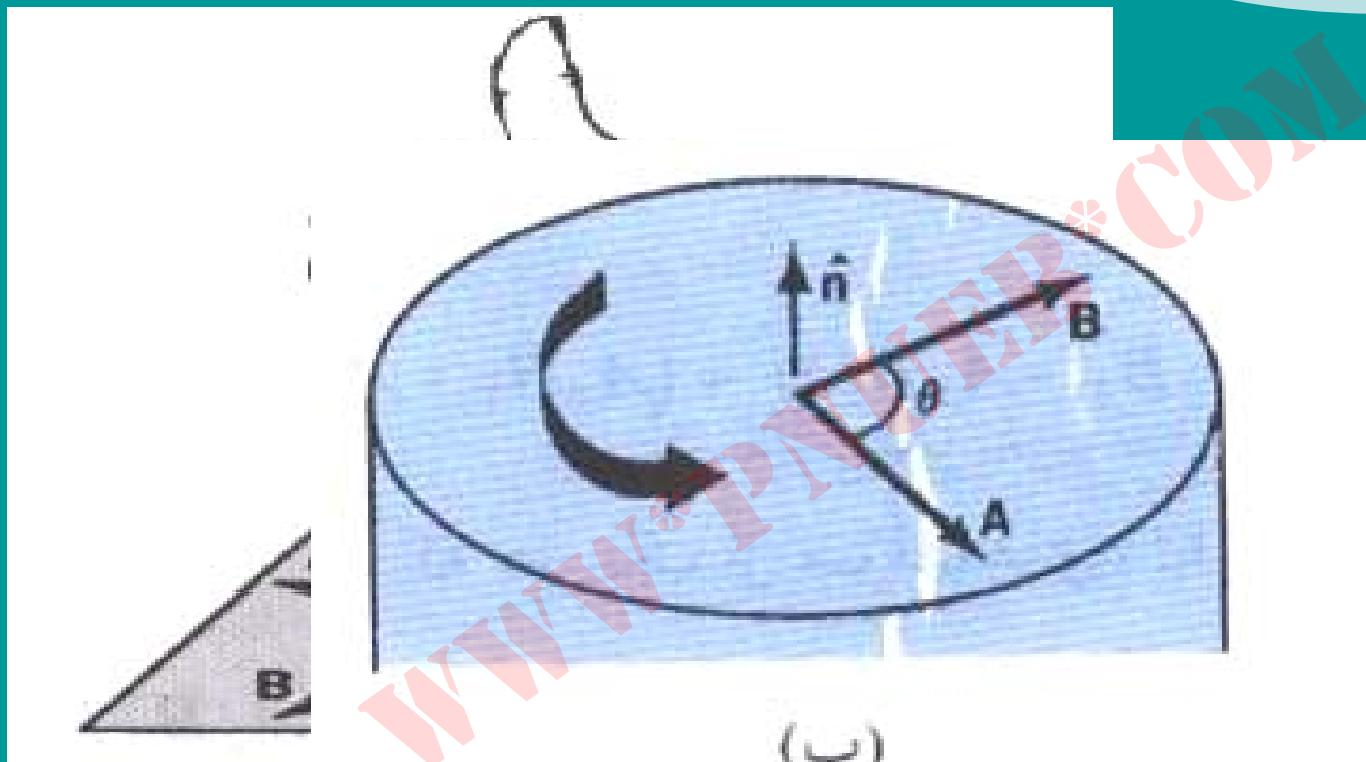
$$\left\{ \begin{array}{l} A = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} \\ B = +4\hat{i} - 3\hat{j} \end{array} \right.$$

مثال : تعیین زاویه میان دو بردار

$$\cos\theta = \frac{\overset{\rho}{A}, \overset{\rho}{B}}{AB} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}}$$

$$= \frac{2 \times 4 - 1 \times 3 + 0}{3 \times 5} = \frac{1}{3}$$

ضرب برداری



(ب)

(الف) و (ب) با استفاده از قاعده در بطری

برداری \vec{A} و \vec{B} با راست

$$\overset{\text{P}}{A} \times \overset{\text{P}}{B} = AB \sin \theta \hat{n}$$

$$\overset{\text{P}}{B} \times \overset{\text{P}}{A} = -\overset{\text{P}}{A} \times \overset{\text{P}}{B}$$

$$\overset{\text{P}}{A} \times (\overset{\text{P}}{B} \times \vec{C}) = \overset{\text{P}}{A} \times \overset{\text{P}}{B} + \overset{\text{P}}{A} \times \vec{C}$$

ضرب برداری برحسب مولفه‌ها

$$\hat{i} \times \hat{i} = 0$$

$$\hat{j} \times \hat{j} = 0$$

$$\hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

$$\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$$

$$C = \left(A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \right) \times \left(B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \right)$$

$$= \left(A_x B_y \hat{k} - A_x B_z \hat{j} \right) + \left(A_y B_x \hat{k} + A_y B_z \hat{i} \right) + \left(A_z B_x \hat{j} - A_z B_y \hat{i} \right)$$

$$C = C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k}$$

$$= \left(A_y B_z - A_z B_y \right) \hat{i} + \left(A_z B_x - A_x B_z \right) \hat{j}$$

$$\rho_A \times \rho_B = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

مسائل فصل دوم

$$(i + j + k)$$

۱. بردار یکه هم جهت با را تعیین کنید.

۲. دو بردار \vec{A} و \vec{B} (با اندازه های غیر صفر) باید چه وضعیتی داشته باشند تا $\vec{A} \cdot \vec{B}$ برابر با هر یک از کمیتهاي زیر باشد:

- (الف) $\frac{AB}{2}$ (ب) $-AB$ (ج) صفر (د) $\frac{AB}{2}$

(ه) $\frac{AB}{2}$ پاسخ های خودتان را با نمودار برداری نشان بدهید.



۳. دو بردار $B = 2i + j - 5k$ (m) و $C = 4i + j + 3k$ (m)

را در نظر بگیرید.

(الف) $\hat{S} = C - D$
(ب) S ، و (ج) \hat{S} را تعیین کنید.

۴. دو بردار $\vec{B} = -4i + j - 5k$ و $\vec{A} = 2i - 3j + k$

را در نظر بگیرید. بردار \vec{C} را چنان تعیین کنید که
باشد.

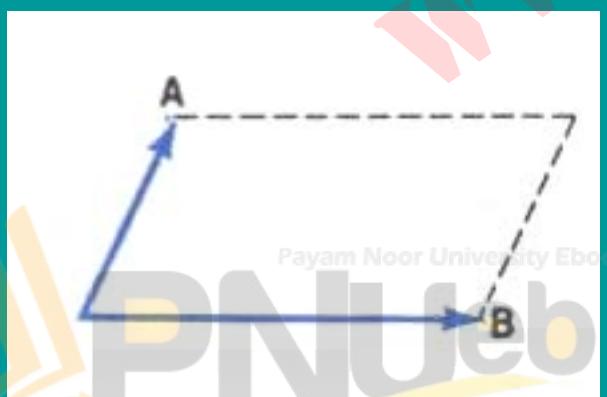
۵. اگر زاویه میان بردار \vec{A} و هریک از محورهای X و Y و Z به ترتیب α و β و γ باشد ، نشان بدهید که این زاویه ها از روابط زیر بدست می آیند:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{i}}{|\vec{A}|}, \quad \cos \beta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{j}}{|\vec{A}|}, \quad \cos \gamma = \frac{\vec{A} \cdot \vec{k}}{|\vec{A}|}$$

اگر $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ باشد ، اندازه هریک از این زوایا جقدر است ؟

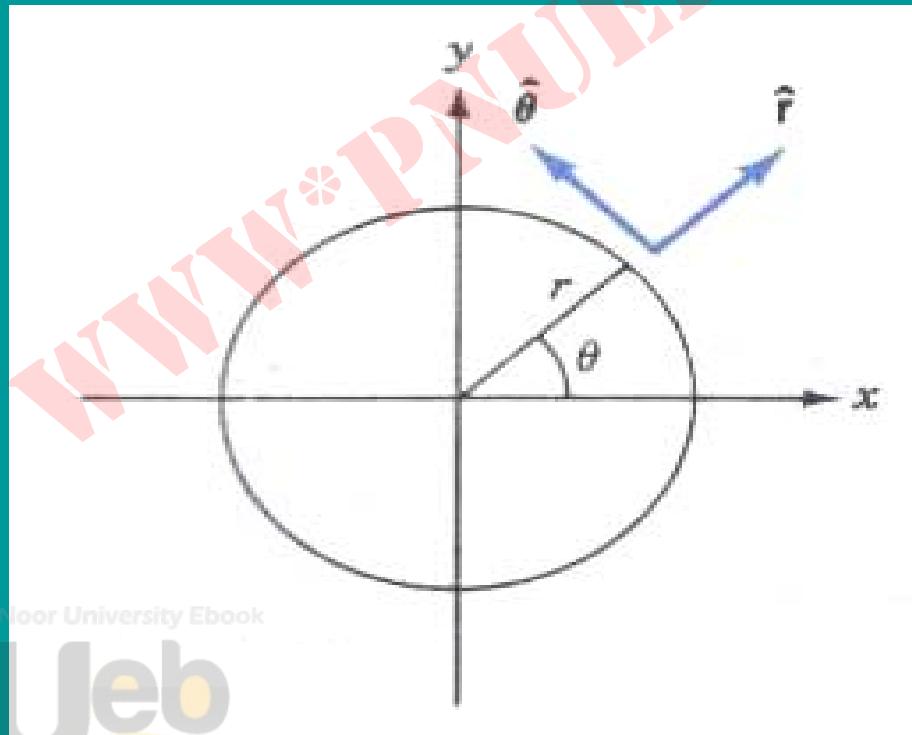
۶. نشان بدهید که مساحت متوازی الاضلاع A و B (شکل

$$|\vec{A} \cdot \vec{B}|$$
 زیر) برابر است با



۷. در شکل زیر ، بردارهای یکه دستگاه مختصات قطبی را با \hat{r} (درجهت شعاع) و $\hat{\theta}$ (درجهت عمود بر شعاع) مشخص کرده ایم. نشان بدهید که این بردارها طبق روابط زیر با بردارهای یکه دکارتی مربوط می شوند:

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}, \quad \hat{\theta} = -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}$$

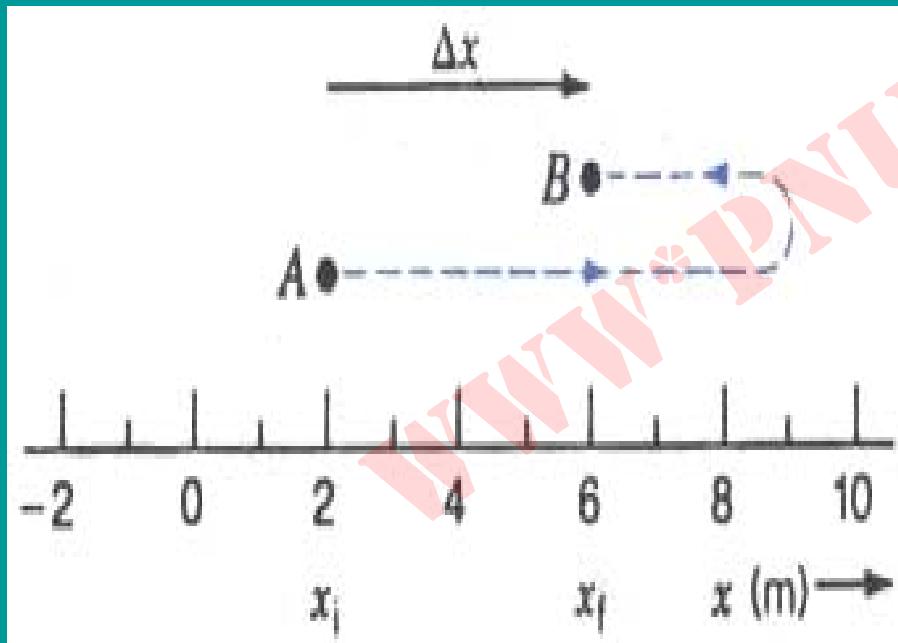


فصل سوم: حرکت یک بعدی

مطالب این فصل

- سینماتیک ذره
- جابه‌جایی و سرعت
- سرعت لحظه‌ای
- شتاب
- استفاده از مساحت‌ها
- معادلات حرکت با شتاب ثابت
- سقوط آزاد در راستای قائم
- سرعت حد

جابه جایی



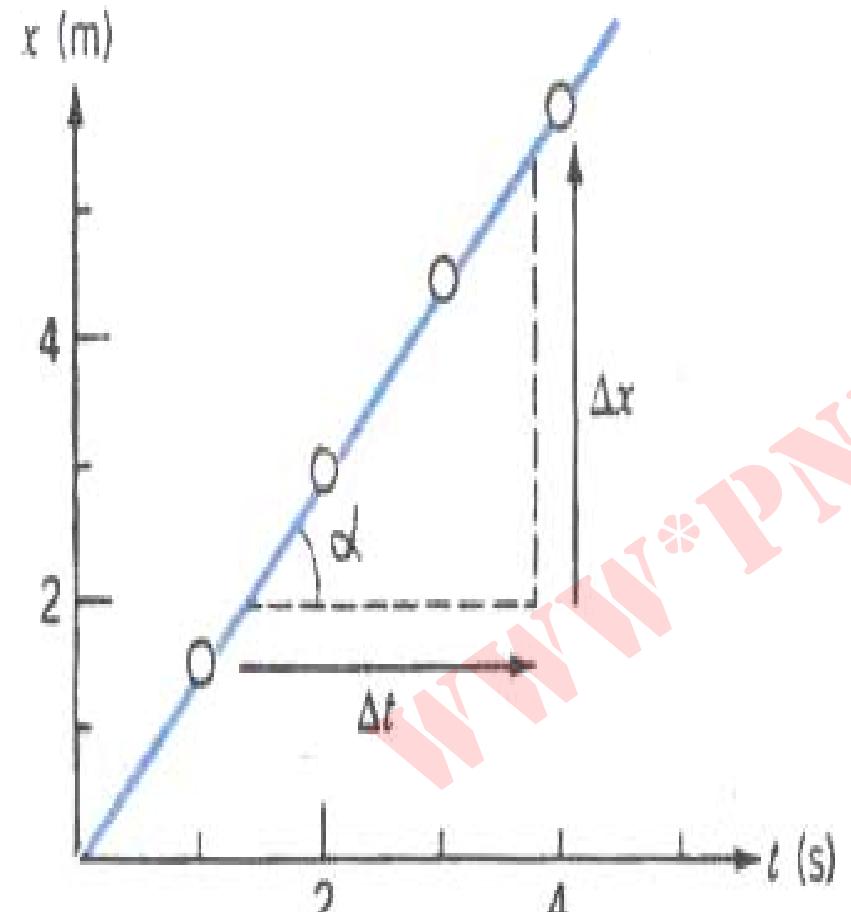
ذره بره طریقی که از B به A برود،
جابه جایی اش برابر با $\Delta x = x_f - x_i$ است.

سرعت (آهنگ تغییر مسافت)

مسافت طی شده = تندی متوسط
زمان سپری شده

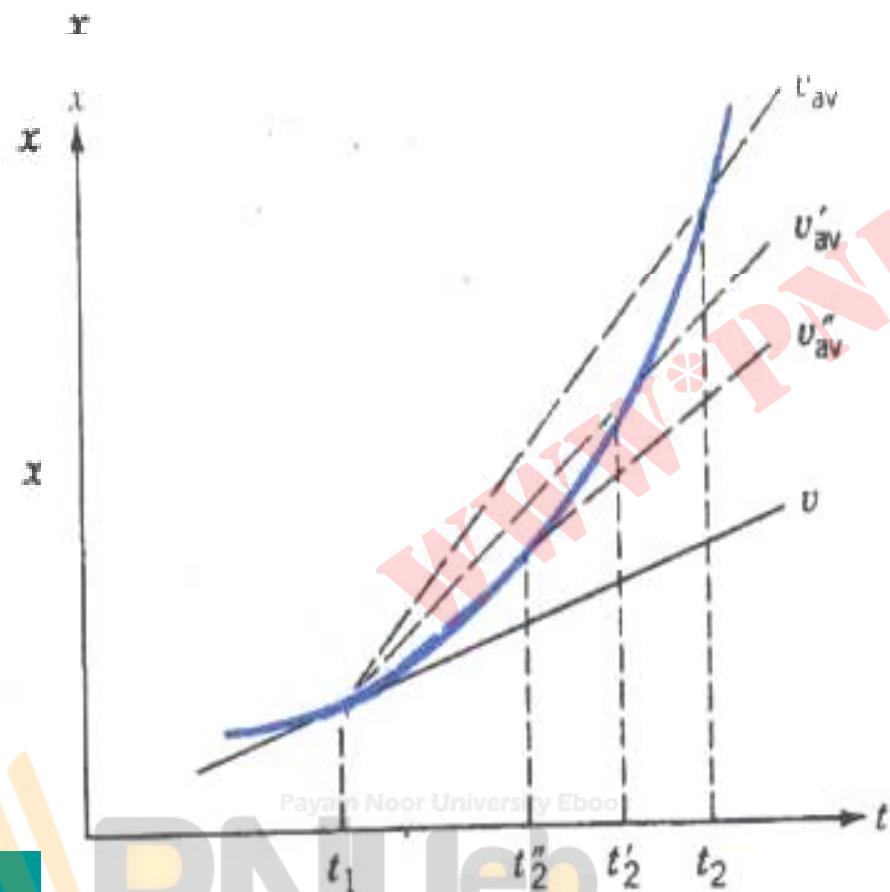
جا به جایی = سرعت متوسط
زمان سپری شده

$$\frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



نمودار مکان - زمان برای ذرهای که با سرعت ثابت حرکت می‌کند خط راسنی است که شبب با ضریب زاویه‌اش برابر با مقدار سرعت است.

سرعت لحظه‌ای



سرعت لحظه‌ای در لحظه t برابر با
ضریب زاویه مماس بر منحنی در همین لحظه
است.

شتاب (آهنگ تغییر سرعت)

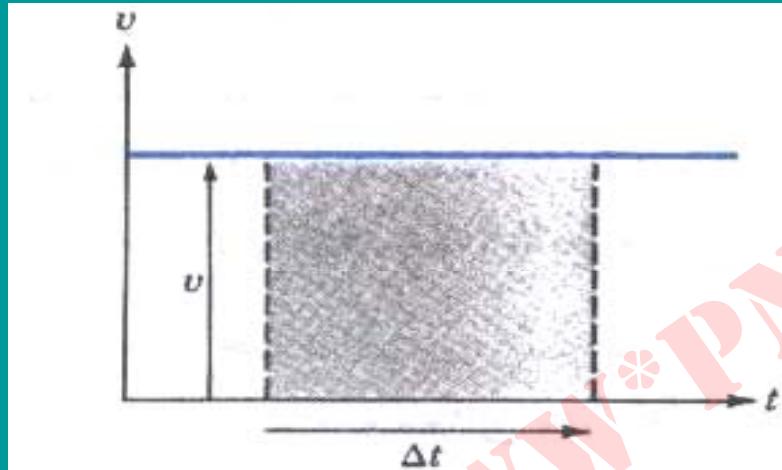
تغییر سرعت
مدت زمان

شتاب متوسط

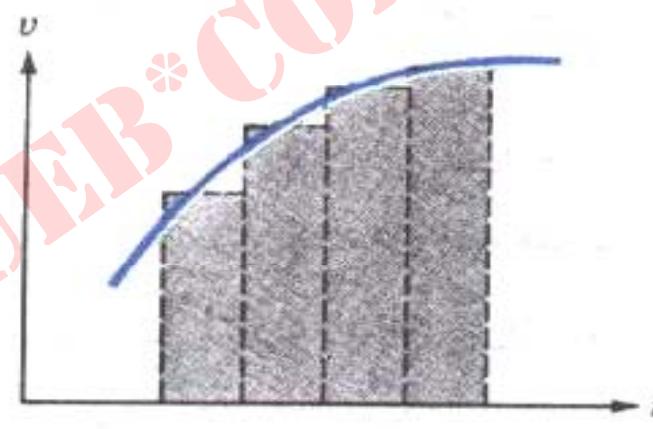
شتاب لحظه‌ای

$$a = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

استفاده از مساحت‌ها



(الف)



(ب)

(الف) در حرکت با سرعت ثابت، جابجایی در زمان Δt برابر با $v\Delta t$ است. این حاصل ضرب در واقع مساحت زیر منحنی سرعت – زمان در مدت Δt است. (ب) وقتی سرعت ثابت نباشد مساحت واقعی را می‌شود به تقریب برابر با جمع مساحت‌های متعددی مستطیل در نظر گرفت.

معادلات حرکت با شتاب ثابت

$$a = \frac{d v}{d t} \Rightarrow d v = a d t$$

$$\int_{v_0}^v d v = a \int_0^t d t$$

$$V = V_0 + a t$$

به همین ترتیب :

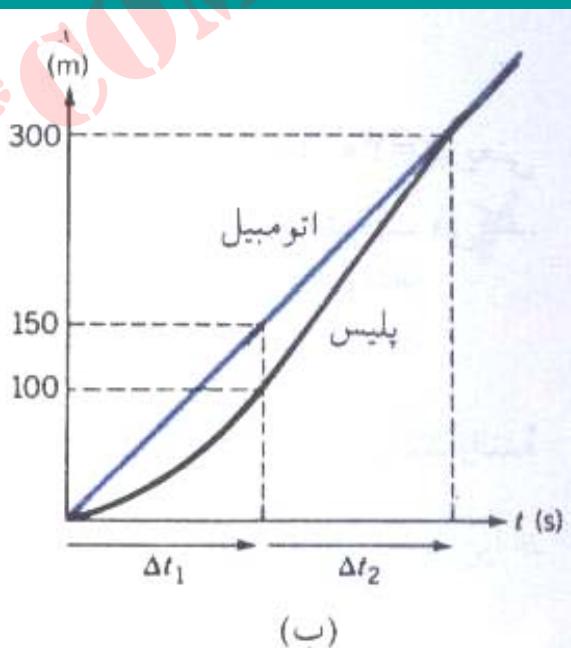
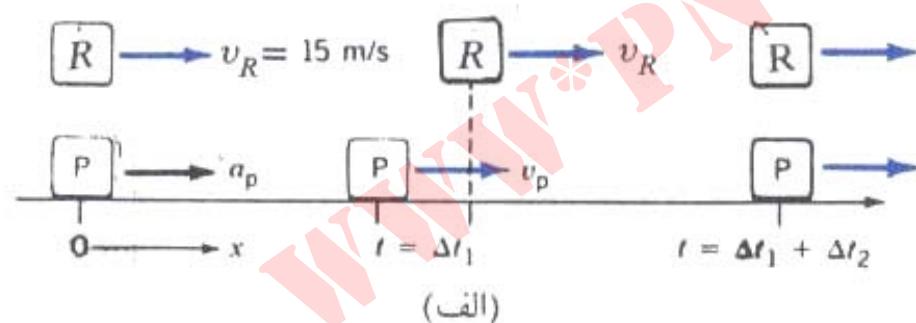
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

با حذف t از معادلات بالا:

$$V^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

تمرین

اتومبیلی با سرعت ثابت 15 m/s در حرکت است و بی آنکه سرعتش را کم کند از محدوده مدرسه‌ای عبور می‌کند. پلیس موتور سواری که کنار خیابان متوقف است در لحظه‌ای که اتومبیل از جلوی او رد می‌شود. شروع به تعقیب آن می‌کند؛ ابتدا با شتاب 2 m/s^2 سرعت موتور سیکلت را به 20 m/s می‌رساند و بعد با همین سرعت ثابت به تعقیب ادامه می‌دهد. اگر راننده مخالف سرعتش را اصلاً کم یا زیاد نکند پس از طی چه مسافتی و در



(الف) طرحی از وضعیتهای اتومبیل و موتورسیکلت در مراحل تعقیب شتابدار و بی‌شتاب.

(ب) حل نموداری. خط راست مرتبه به حرکت اتومبیل و منحنی سهموی مرتبه به حرکت موتورسیکلت است.

سقوط آزاد در راستای قائم



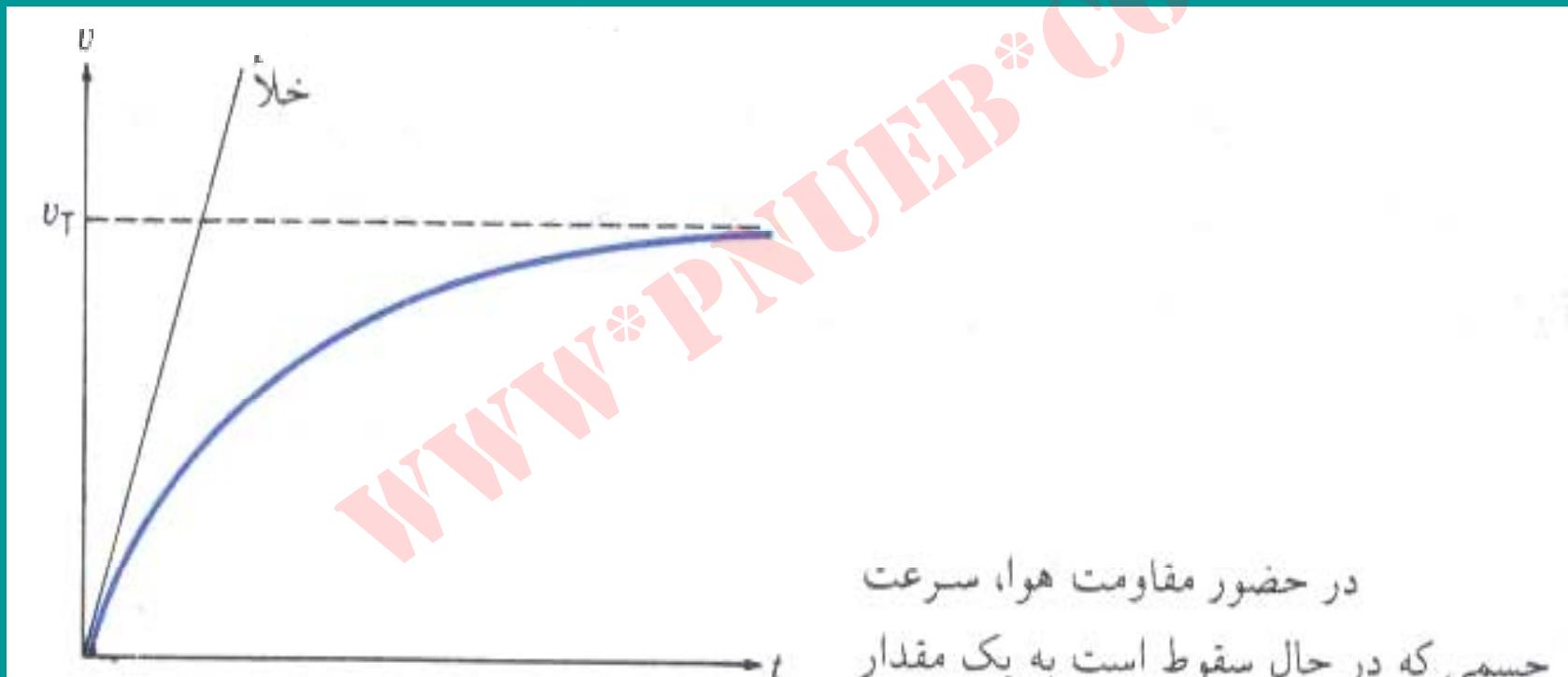
$$v = v_o - gt$$

$$y = y_o + \frac{1}{2} (v_o + v)t$$

$$y = y_o + v_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

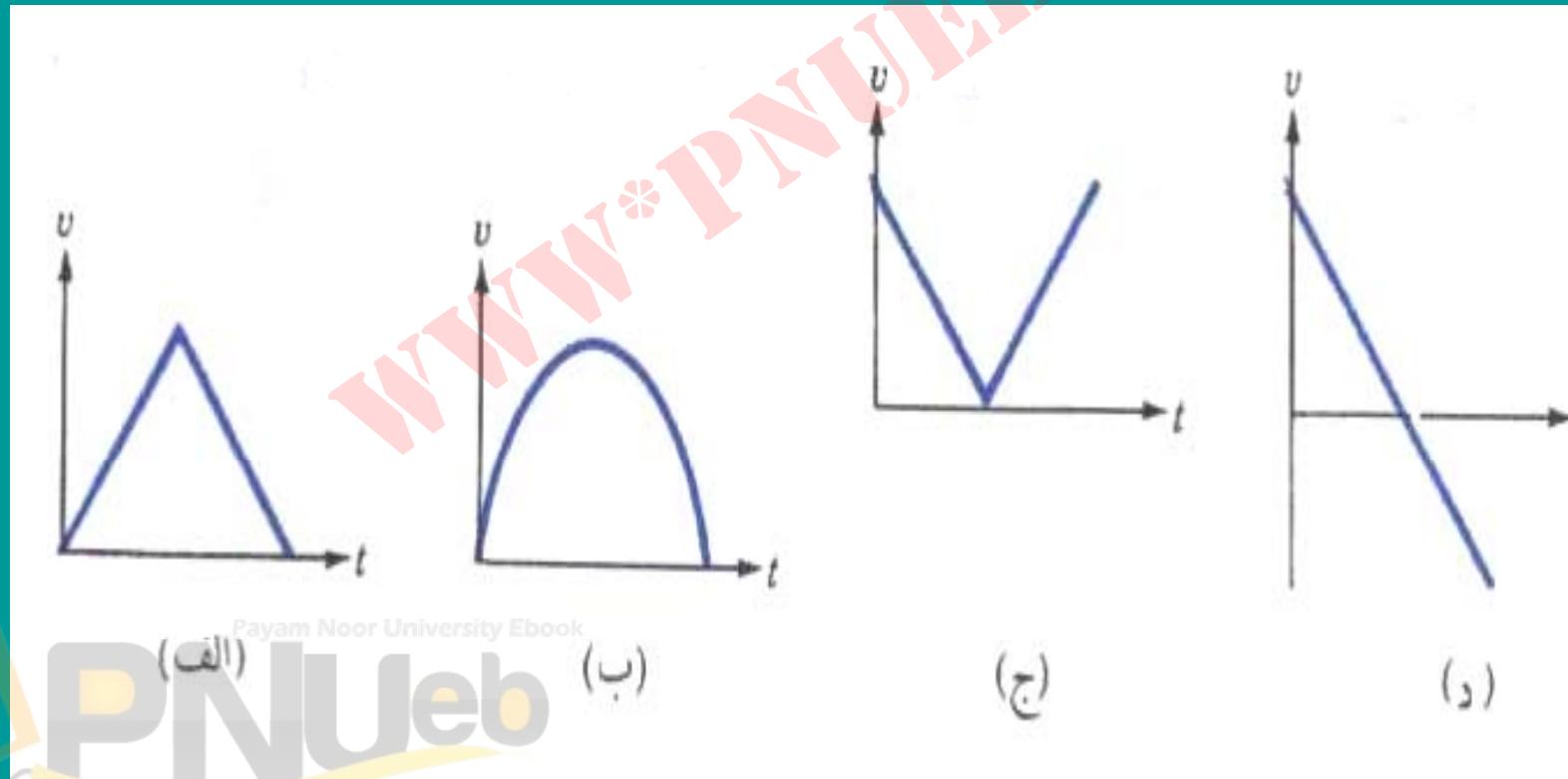
$$v^2 = v_o^2 - 2g(y - y_o)$$

سرعت حد

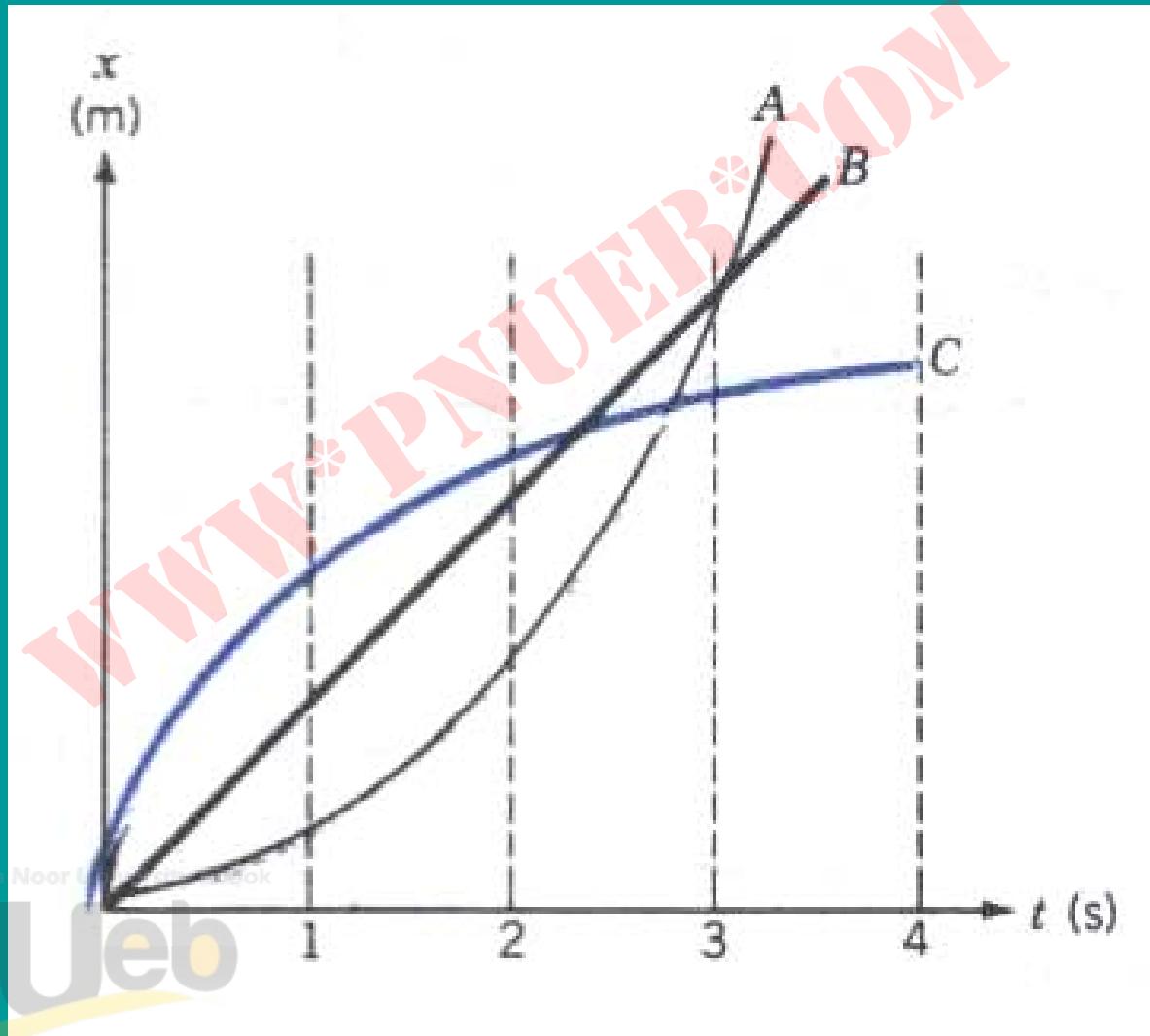


مسائل فصل سوم

۱. در غیاب مقاومت هوا ، گلوله ای در راستای قائم به بالا پرتاب می شود و پس از رسیدن به نقطه اوج به زمین بر می گردد. کدام یک از نمودارهای شکل زیر سرعت این حرکت را بر حسب زمان بخوبی توصیف می کند ؟



۲. شکل زیر منحنی حرکت سه جسم را بر حسب زمان نشان می‌دهد (الف) در لحظه $t = 1s$ سرعت کدامیک بیشتر است؟ (ب) تا آخر ثانیه دوم کدامیک مسافت بیشتری را طی کرده است؟ (ج) وقتی A به C می‌رسد، آیا سرعت B بیشتر از سرعت A است یا کمتر از آن؟ (د) آیا در هیچ زمانی سرعت A برابر با سرعت B می‌شود؟ اگر می‌شود در چه زمانی؟



۳. مکان ذره ای برحسب زمان با معادله $X = 4 - 5t + 3t^2$ بیان می شود ، که X برحسب m و t برحسب ثانیه است. (الف) سرعت لحظه ای و شتاب لحظه ای در $t=3s$ چقدر است ؟ (ب) در چه زمانی این ذره ساکن است ؟

۴. قطاری به طول $44m$ در ایستگاه متوقف است و جلوی آن $100m$ با چراغ راهنمای ایستگاه فاصله دارد. اگر این قطار به حرکت در بیاید و با آهنگ ثابت m/s^2 شتاب بگیرد ، (الف) چقدر طول می کشد تا به تمامی از جلو چراغ عبور کند ؟ (ب) سرو ته قطار هر یک با چه سرعتی از جلوی چراغ می گذرند ؟

۵. یک موشک بازیچه‌ای با سرعت ثابت 20 m/s در حال صعود است.

وقتی این موشک به ارتفاع 24 m از سطح زمین رسیده است ، اتصال یک

از پیچهایش (که قبلاً شل بوده) بکلی با آن قطع می‌شود. (الف) این

پیچ حداکثر تا چه ارتفاعی از زمین اوچ می‌گیرد؟ و (ب) با چه سرعتی به

زمین می‌خورد؟

۶. قطار A به طول 1 km با سرعت ثابت 50 m/s در حرکت است . قطار B

به طول 50 m که روی ریلها مجاور توقف کرده است ، به محض آنکه ته

قطار A از سر آن عبور کرد شروع به حرکت می کند و با شتاب 3 m/s^2

سرعتش را زیاد می کند . سرعت B حداقل می تواند به 60 m/s برسد.

(الف) چقدر طول می کشد تا قطار B از قطار A جلو بزند. (یعنی انتهای B

از ابتدای A بگذرد) ؟ (ب) در این مدت A چه مسافتی را طی کرده است ؟

فصل چهارم: لختی و حرکت دو بعدی

مطالب این فصل:

- قانون اول نیوتون
- حرکت دو بعدی
- حرکت پرتابه ها
- حرکت دایره ای یکنواخت
- چارچوب های مرجع لخت
- سرعت نسبی
- تبدیل گالیله ای
- حرکت دایره ای غیر یکنواخت

قانون اول نیوتون

- تعریف لختی
- بیان قانون اول
- منظور از "هیچ نیرو"

جسمی که هیچ نیروی خالصی به آن وارد نشود یا ساکن می‌ماند
یا با سرعت ثابت حرکت می‌کند. (در هر صورت شتابش صفر است)

حرکت با شتاب ثابت در دو یا سه بعد

$$v = v_0 + at$$

$$r = r_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

$$r = r_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(r - r_0)$$

در مورد حرکت دو بعدی ، معادلات برداری

بالا معادل با λ معادله جبری اند:

$$v_x = v_o x + a_{xt}$$

$$v_y = v_{oy} + a_{yt}$$

$$x = x_o + \frac{1}{2}(v_{ox} + v_x)t$$

$$y = y_o + \frac{1}{2}(v_{oy} + v_y)t$$

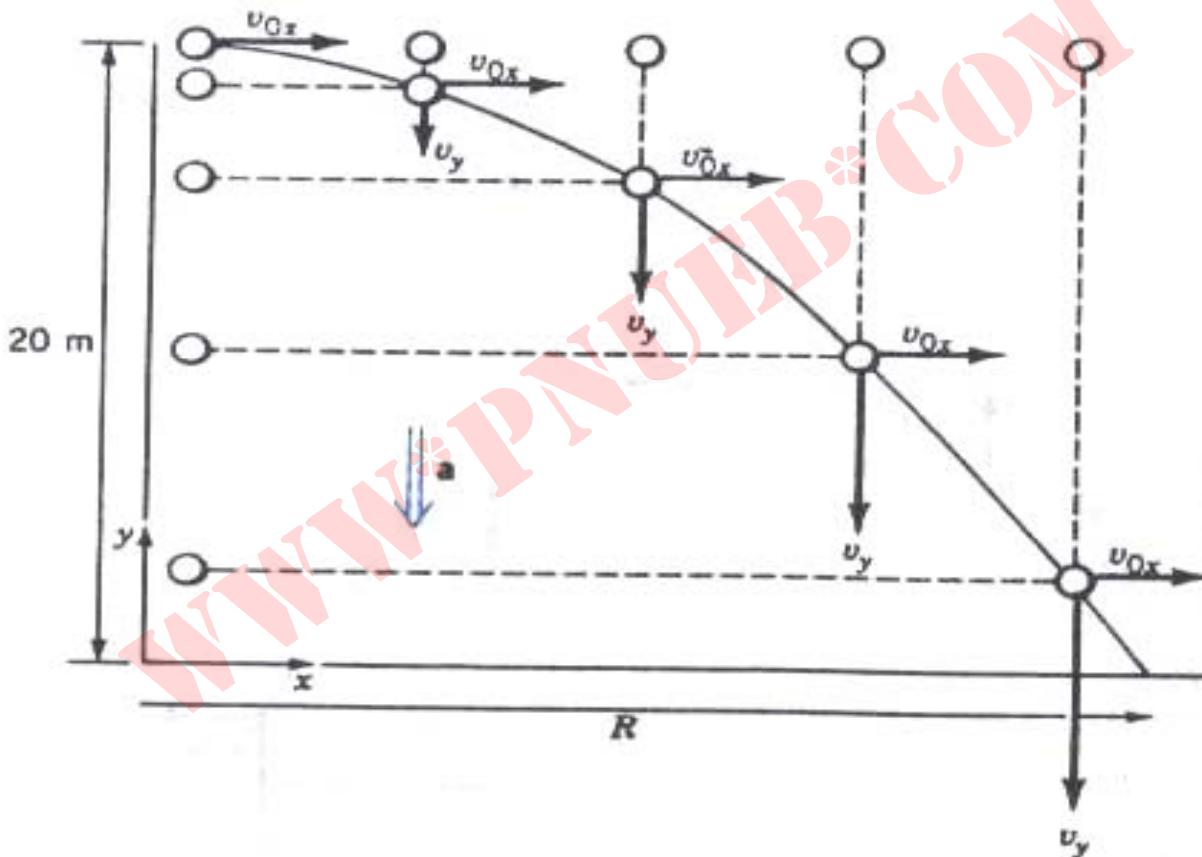
$$x = x_0 + v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$y = y_0 + v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$v_x^2 = v_{ox}^2 + 2a_x(x - x_0)$$

$$v_y^2 = v_{oy}^2 + 2a_y(y - y_0)$$

حرکت پرتابه



حرکت افقی پرتابه با سرعت ثابت، و حرکت قائم آن (به شرط ناچیز بودن مقاومت هوا) با شتاب ثابت صورت می‌گیرد.

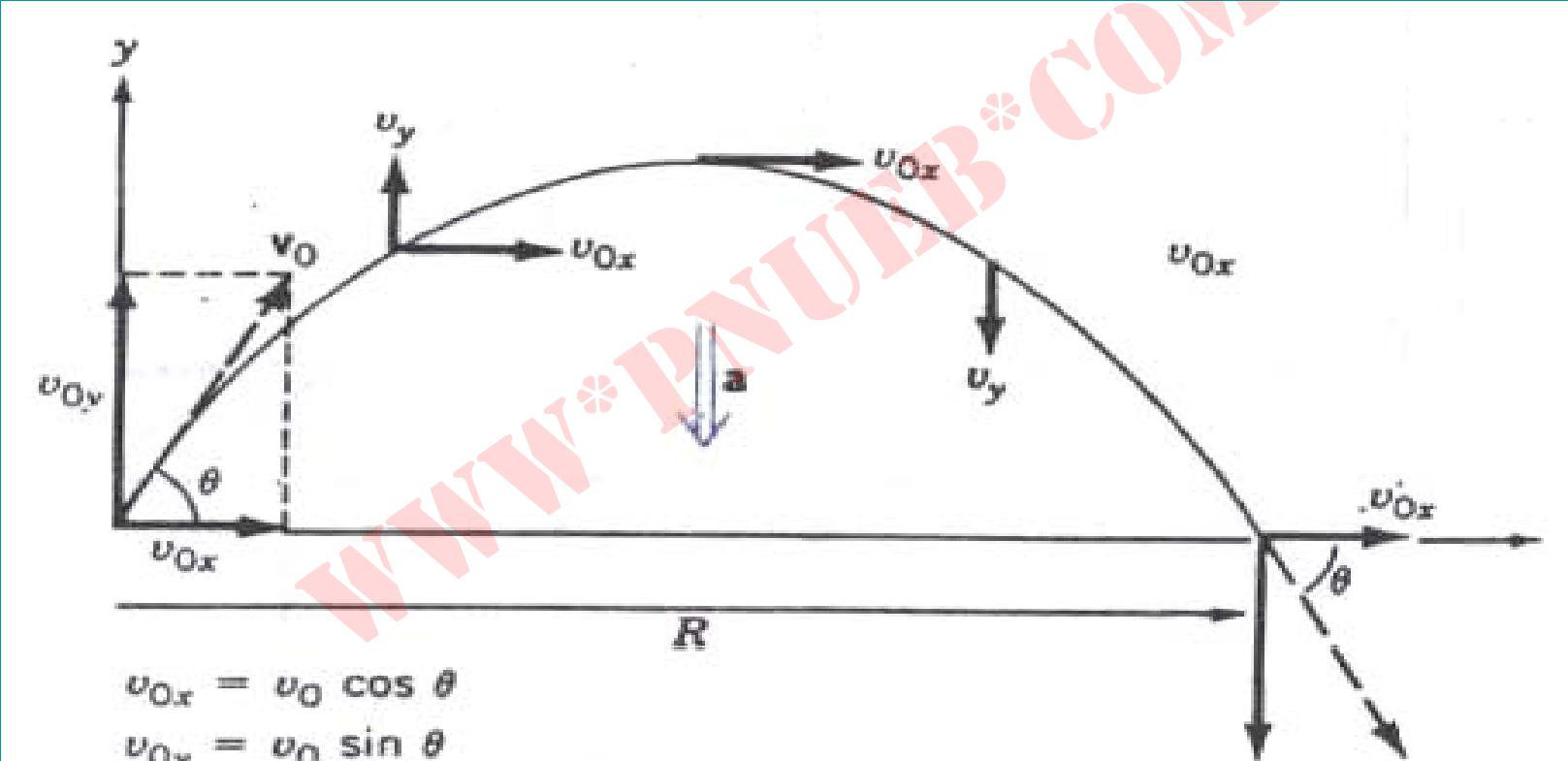
حرکت در راستای افقی

$$\begin{cases} v_x = v_{ox} \\ x = v_{ox} t \end{cases}$$

حرکت در راستای قائم

$$\begin{cases} u_y = v_{oy} - g t \\ y = y_o + v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_y^2 = v_{oy}^2 - 2 g (y - y_o) \end{cases}$$

محاسبه برد پرتابه



Payam Noor University Ebook

در غیاب مقاومت هوا، مسیر پرتابه به شکل سهمی است.

PNUeb

$$x = (v_o \cos \theta) t$$

$$y = (v_o \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$(پرواز) t = T = \frac{2v_o \sin \theta}{g}$$

$$R = \frac{(v_o \cos \theta)(2 v_o \sin \theta)}{g} = \frac{v_o^2 \sin 2\theta}{g}$$

معادله مسیر پرتابه

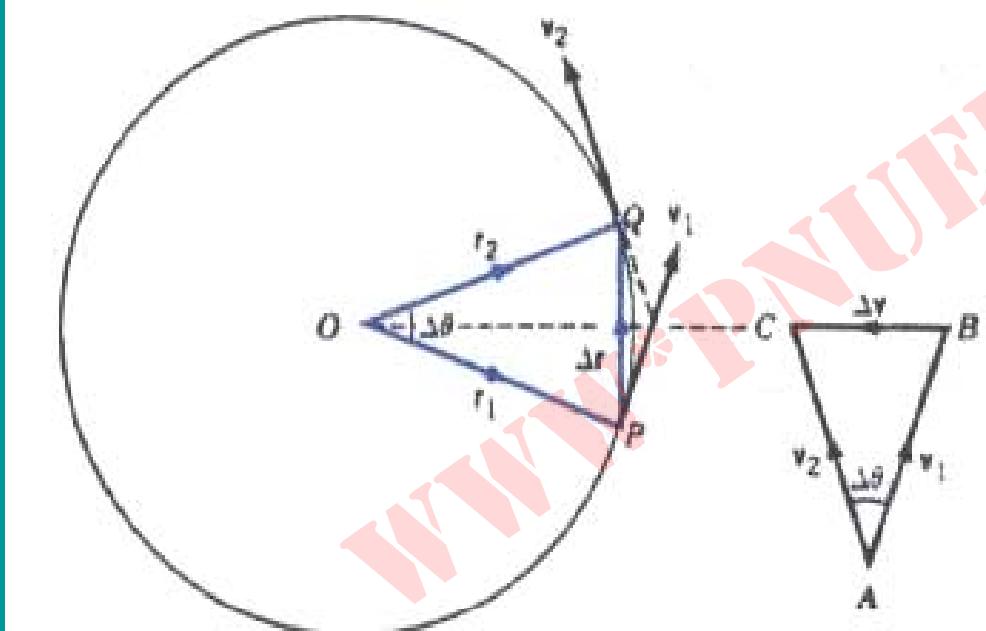
$$x = (v_0 \cos \theta) t$$

$$y = (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2$$

با حذف t از معادلات بالا:

$$y = (\tan \theta) x - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta)^2} x^2$$

حرکت دایره‌ای یکنواخت



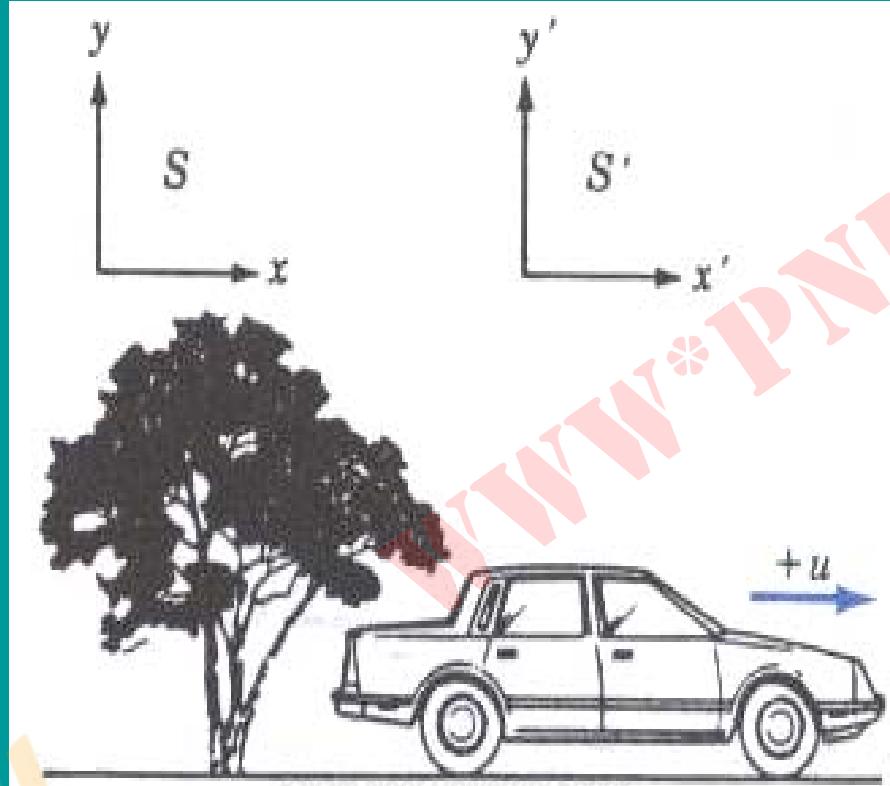
حرکت دایره‌ای یکنواخت، دو مثلثی که از بردارهای مکان (\vec{r}) و بردارهای سرعت (\vec{v}) ساخته می‌شوند متشابه‌اند.

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta v}{v} \Rightarrow \Delta v = -\frac{v}{r} \Delta r$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v^2 / r$$

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

چارچوب‌های مرجع لخت



جاده و اتومبیل را می‌شود به عنوان
دو چارچوب مرجع، که اندک در نظر گرفت.

چارچوب مرجعی که در آن قانون اول نیوتن

صادق باشد ، مثل همین S' یا S ، چارچوب

مرجع لخت نامیده می شود. چنین چارچوبی

در واقع با استفاده از قانون اول تعریف می شود:

در چارچوب مرجع لخت ، جسمی که تحت اثر

هیچ نیروی برایندی نباشد یا ساکن می ماند یا

با سرعت ثابت حرکت می کند.

هر چارچوبی که نسبت به یک

چارچوب لخت با سرعت ثابت در حرکت باشد ،

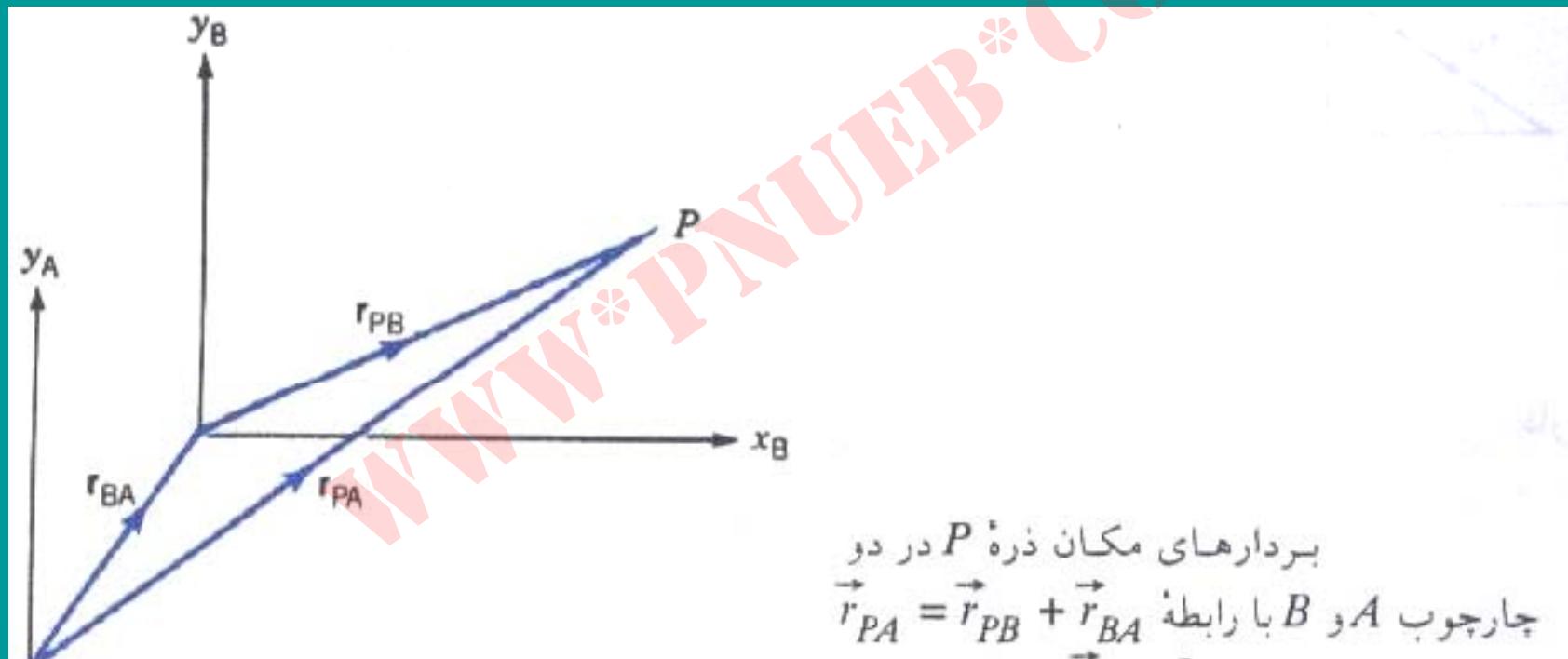
خودش هم یک چارچوب لخت است. اگر

شتاب ذره ای در یک چارچوب لخت صفر

باشد ، در تمام چارچوب های لخت دیگر هم

صفر است.

سرعت نسبی



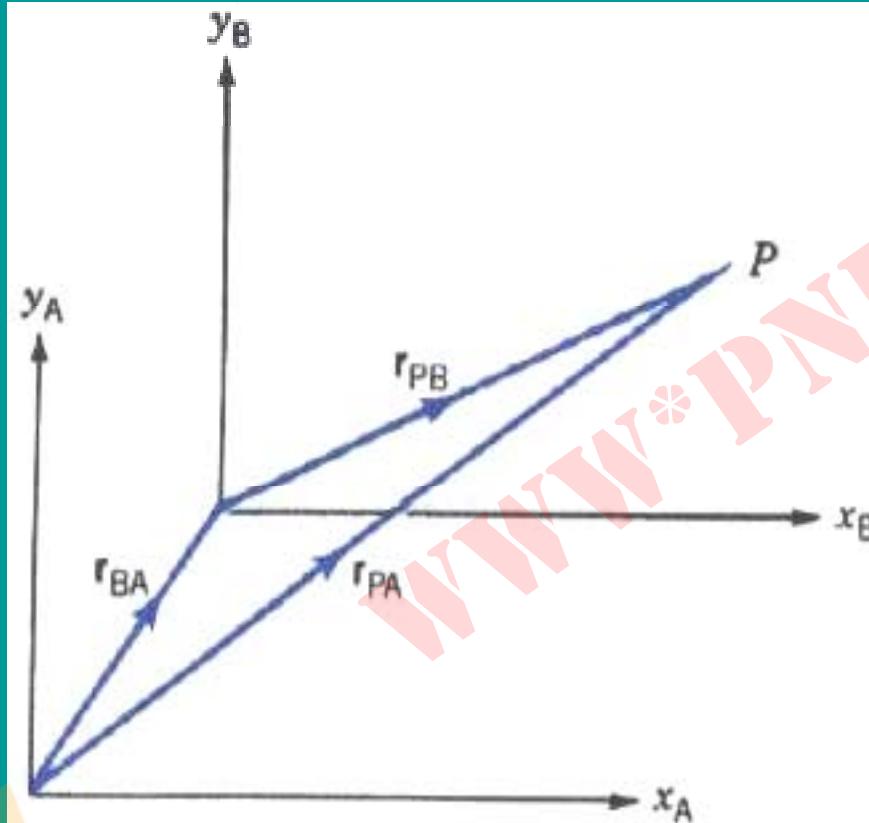
بردارهای مکان ذره P در دو
چارچوب A و B با رابطه
به هم مربوطاند که در آن \vec{r}_{BA} بردار مکان B
نسبت به A است.

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}$$

$$\vec{v}_{AB} = -\vec{v}_{BA}$$

تبديل گاليله‌اي



بردارهای مکان ذره P در دو
چارچوب A و B با رابطه $\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$
به هم مربوطاند که در آن \vec{r}_{BA} بردار مکان
نسبت به A است.

$$\rho' = \rho - ut$$

$$x' = x - ut \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

$$v' = v - u$$

$$a = a'$$

حرکت دایره‌ای غیر یکنواخت



وقتی ذره‌ای در یک مسیر منحنی با سرعت غیرثابت حرکت می‌کند، شتاب آن شامل مؤلفه شعاعی و مؤلفه مماسی است.

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

$$a = a_r + a_t$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

مسائل فصل چهارم

$$\rho = (3t^2 - 2t)i + t^2 j$$

۱. مکان ذره ای برحسب زمان به صورت

بیان می شود (r برحسب متر و t برحسب ثانیه است). (الف) سرعت

ذره را در $t=2s$ ، (ب) شتاب ذره را در $t=4s$ و (ج) شتاب متوسط ذره را

بین لحظات $t = 1s$ و $t = 3s$ پیدا کنید.

۲. هواپیمایی تحت زاویه 37° زیر افق به طرف زمین شیرجه می‌رود و وقتی ارتفاع ان از سطح زمین به $m ۲۰۰$ می‌رسد بسته‌ای را رها می‌کند. اگر این بسته $۴S$ در هوا باشد، (الف) سرعت هواپیما و (ب) برد افقی بسته را پیدا کنید.

۳. آب با سرعت $18 m/s$ از دهانه یک لوله آتش نشانی خارج می‌شود. ماموری که روی نردنی به فاصله افقی $m ۳۰$ از ساختمان محل حریق ایستاده است باید لوله را تحت چه زوایایی نسبت به افق بگیرد تا آب به پنجره‌ای که در همان ارتفاع سر لوله واقع شده است برسد؟

۴. فرض کنید سرعت چرخش زمین به دور خودش انقدر زیاد شود که

شتاب نقطه ای واقع بر استوای ان به مقدار 7 m/s^2 برسد. در این صورت مدت

یک «روز» چقدر خواهد شد؟

۵. باران با سرعت ثابت 1 m/s در جهت قائم می بارد. اتوبوسی با سرعت

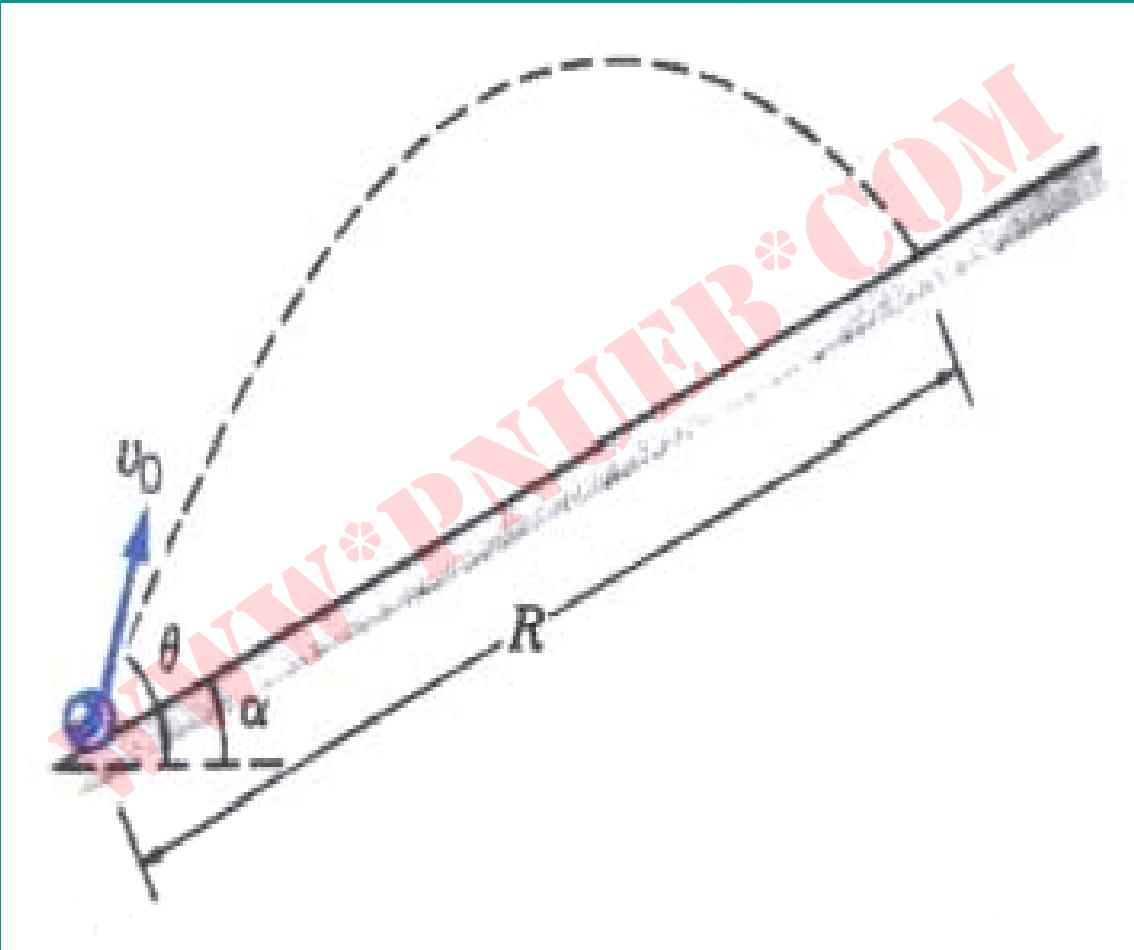
20 m/s در حرکت است. قطره های باران با چه سرعتی و با چه زاویه ای

(نسبت به افق) به شیشه جلوی اتوبوس برخورد می کنند؟

۶. پرتابهای یا سرعت اولیه V_0 و تحت زاویه θ نسبت به افق ، روی سطح

شیبداری به زاویه α

نشان بدهید که بر



Payam Noor University Ebook

PNueb

کتابخانه الکترونیکی پیام نور

۷. صحت این گفته گالیله را که « برد افقی پرتابه به ازای زوایای پرتاب

بکی است » اثبات کنید .

$$\theta_2 = 45 + \alpha \quad \theta_1 = 45 - \alpha$$

فصل پنجم: دینامیک ذره

هدف کلی

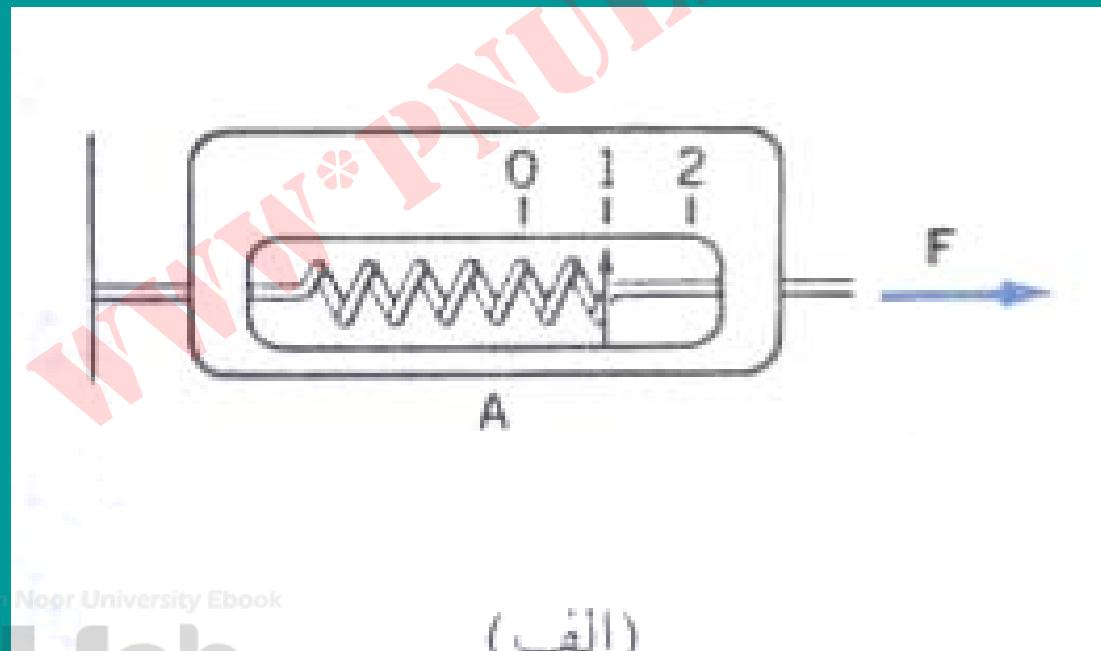
توصیف رابطه نیرو با حرکت (شتاب)

مطالب این فصل:

- نیرو و جرم
- قانون دوم نیوتون
- وزن
- قانون سوم نیوتون
- کاربردهای قوانین نیوتون
- وزن ظاهري

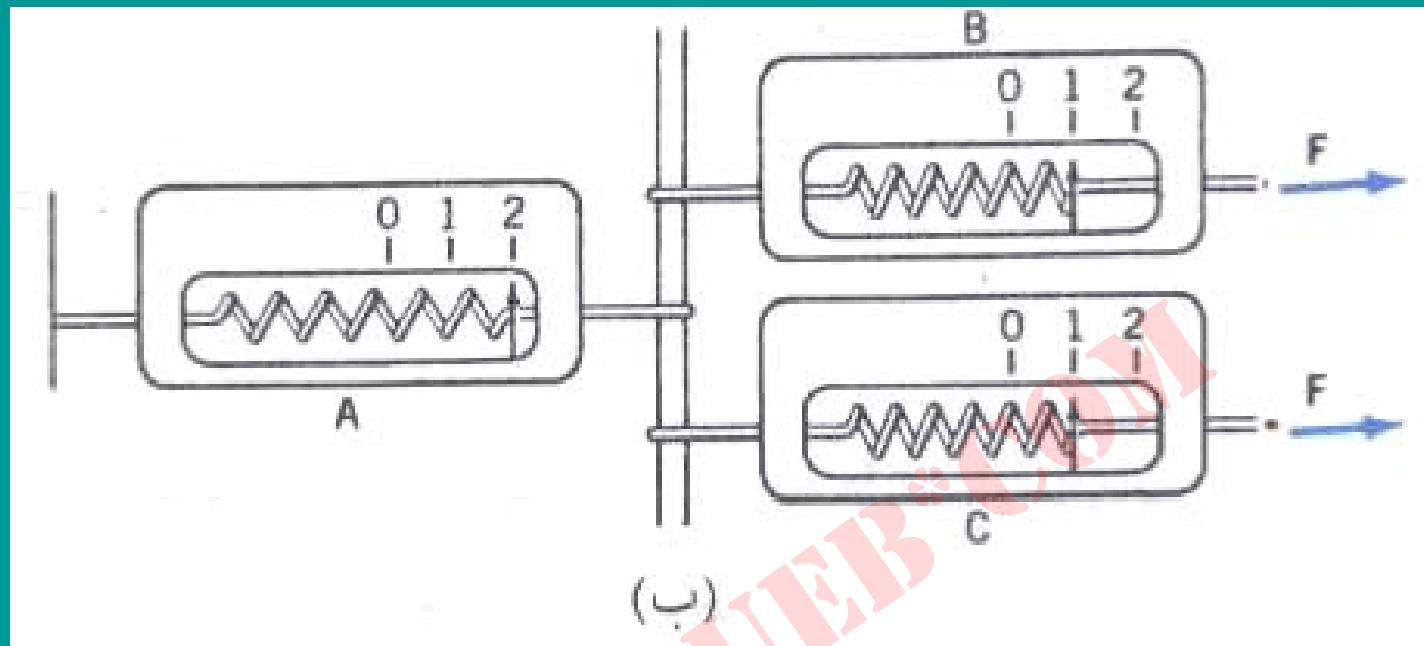
نیرو

نیرو عامل تغییر شکل یا تغییر حرکت (سرعت) جسم است.



(الف)

(الف) نیرو را می‌شود بر حسب اینساط بک فر «استاندارد» تعریف کرد



(ب) روشی برای درجه‌بندی فنر استاندارد.

نیرو ماهیتا بردار است چون از
جمع برداری تبعیت می‌کند.

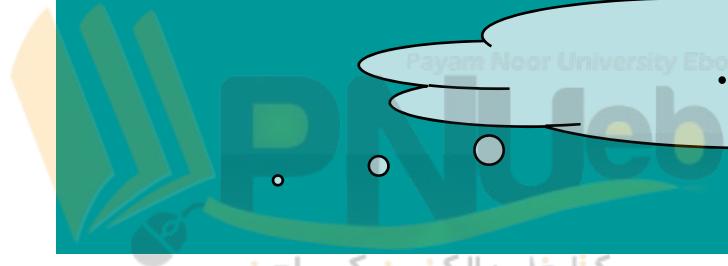
یکای نیرو در $\text{SI} \text{ Kg.m/s}^2$ است (از قانون دوم) که
نیوتون (N) نامیده می‌شود.

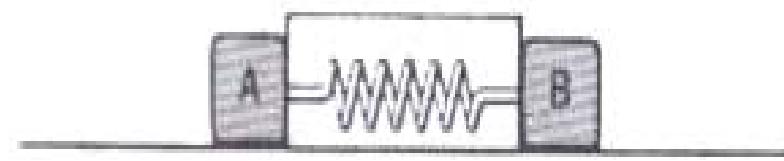
جسم

جسم یک جسم ، معیاری از لختی یا مقاومت
آن در برابر تغییر سرعت است.

جسم کمیتی اسکالار و خاصیت ذاتی جسم است ، و به مکان
جسم بستگی ندارد.

یکای جرم در SI کیلوگرم است.





(الف)



(ب)

آزمایشی برای مقایسه جرم‌های دو

جسم

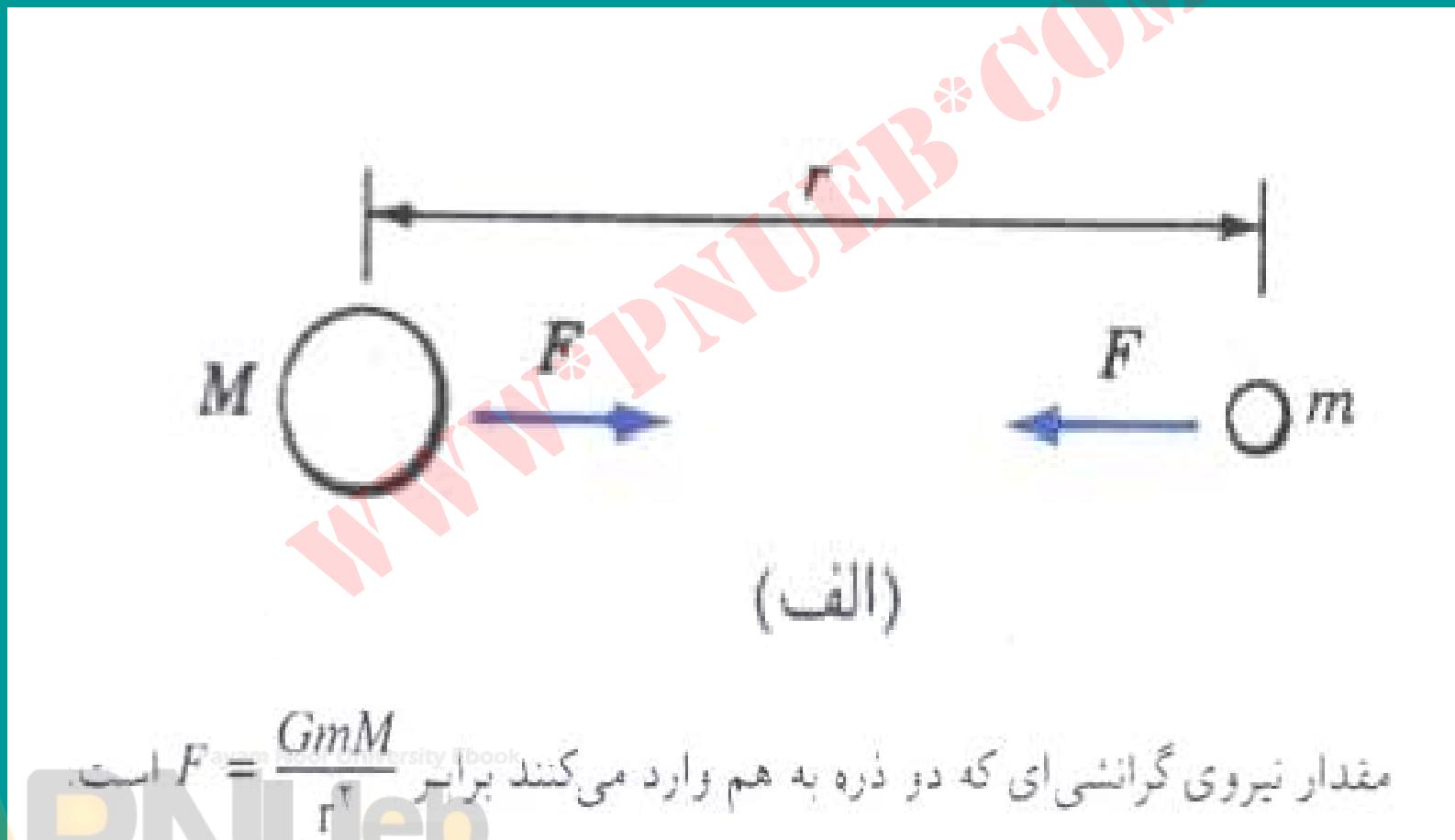
تبديل گالیله‌ای

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

هر معادله برداری معادل با سه معادله
جبری برحسب مولفه‌هاست:

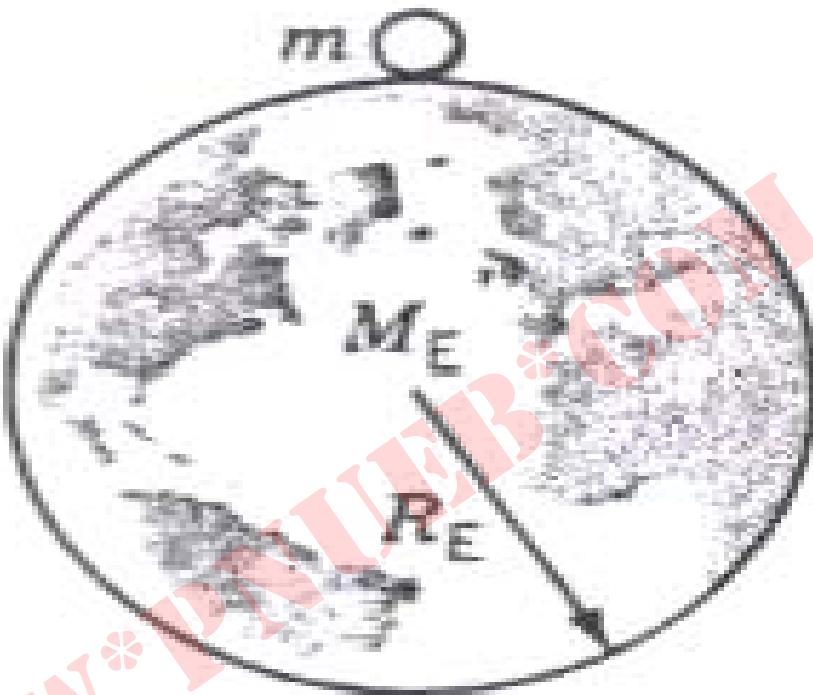
$$\sum F_x = ma_x, \sum F_y = ma_y, \sum F_z = ma_z$$

وزن



(الف)

$$F = \frac{GmM}{r^2}$$



(ب)

(ب) اگر زمین را کرهٔ یکنواختی در نظر بگیریم می‌توانیم قانون گرانش نیوتون را در مورد آن به کار ببریم، یعنی در واقع می‌توانیم فرض کنیم که تمام جرم زمین در مرکزش متراکم شده است (و مثل ذره رفتار می‌کند).

نیرویی که کره زمین (ME) به جسمی (m) واقع در سطحش

وارد می‌کند، یعنی وزن جسمی به جرم m ، برابر است با

$$W = \frac{GmM_E}{R_E^2}$$

که در ان R_E شعاع زمین است

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} N.m^2/kg^2$$

ثابت جهانی گرانش نامیده می‌شود.

$$g_o = GM_E / R_E^2$$

مقدار نیروی گرانشی وارد بر واحد جرم

در سطح زمین است

$$W = m g_o$$

نکات قابل بحث در مورد جرم و وزن:

- کیلوگرم به عنوان واحد وزن ؟
- ذاتی بودن جرم و استقلال آن از مکان
- وابستگی وزن به مکان

نکات قابل بحث درباره رابطه وزن و

جرم به صورت

$$W=mg \text{ و } W=mg_0$$

■ تفاوت کیفی g_0 (شدت میدان گرانش) با g (شتاب تقل)

■ تفاوت کمی g_0 با g به علت دوران زمین

■ یکی بودن $(m/s^2)g$ (N/kg) g_0 با

قانون سوم نیوتون

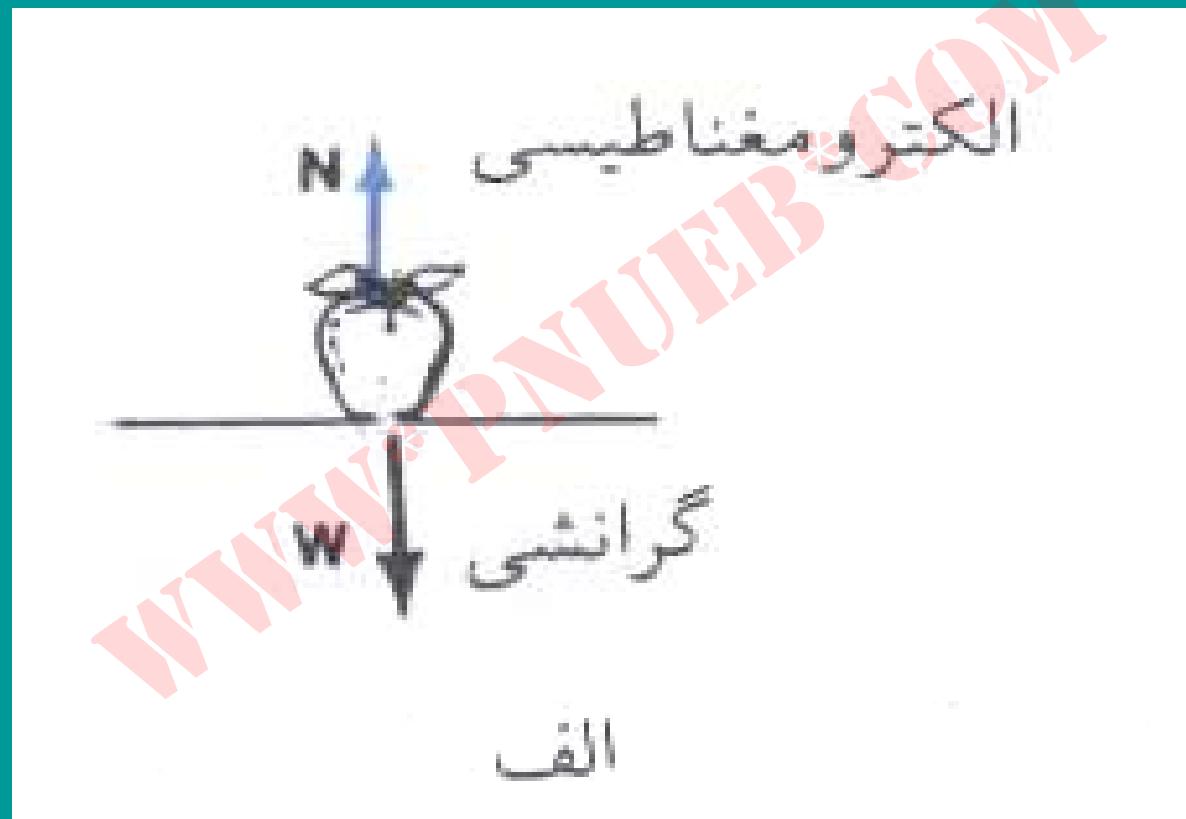
نیروی وارد بر A از B ، مقدارش مساوی و جهتش

مخالف با نیروی است که B بر A وارد می کند .

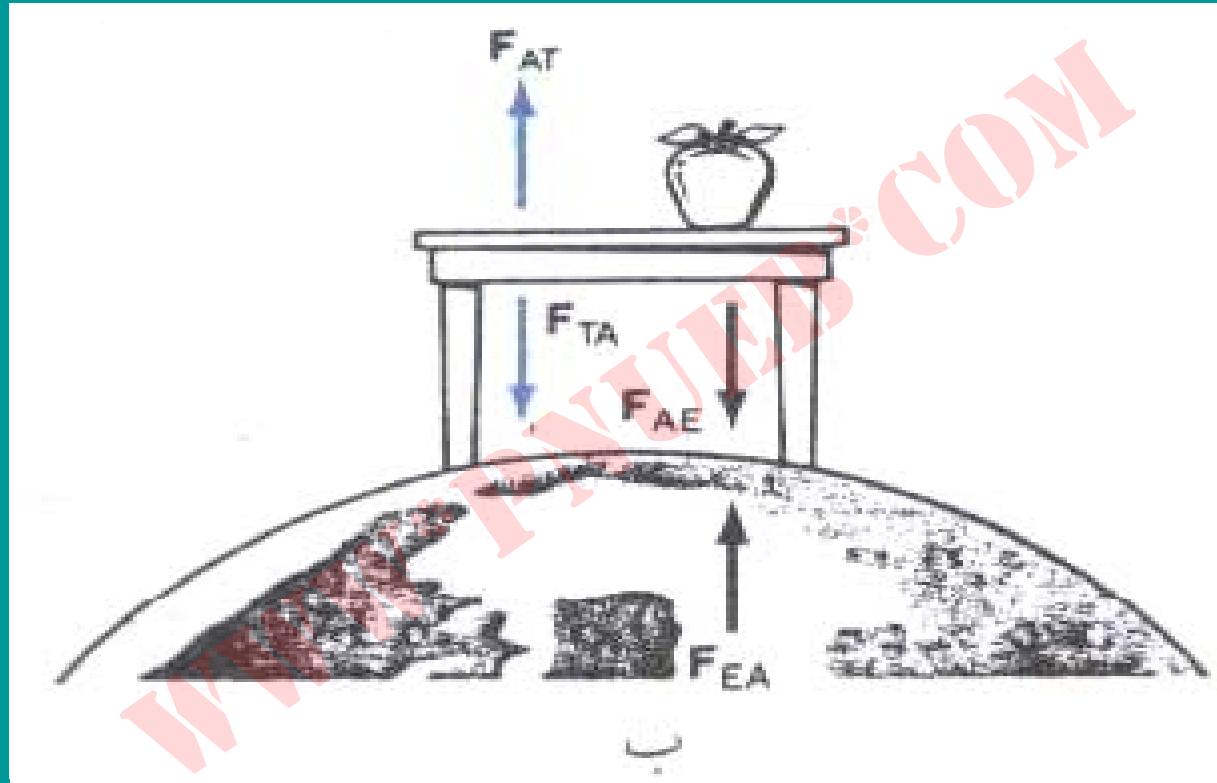


سیب، زمین را با همان نیرویی
جذب می کند که زمین سیب را

زوج نیروهای عمل – عکس العمل



((الف) نیروهای «مساوی و مخالف» وارد بر سیبی که روی میز در حال سکون است ، زوج عمل – عکس العمل نیستند.



(ب) نمایش زوجهای عمل – عکس العمل.

Payam Noor University Ebook

PNueb

کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

راهنمای حل مسائل دینامیک

۱. نموداری از وضعیت کلی مسئله بگشید. سیستمی را که بررسی دینامیک آن مورد نظر است (و ممکن است متشکل از یک جسم یا بیشتر باشد) مشخص کنید.

۲. نیروهای خارجی وارد بر هر « ذره » را ترسیم کنید، یعنی ببینید که به هر جسمی چه نیروهایی از محیط اطرافش وارد می شود. (منظور نیروهای واقعی است ، یعنی نیروهایی که بشود آنها را به عواملی در محیط — مثل زمین ، طناب ، میز ، و غیره — نسبت داد.

۳. یک چارچوب مرجع لخت انتخاب کنید. هر ذره‌ای می‌تواند محورهای مختصات مربوط به خودش را داشته باشد. اغلب راحت‌تر است که یکی از محورها را در امتداد شتاب ذره بگیریم.

۴. برای هر ذره یک نمودار جسم آزاد بکشید: یعنی

ذره را در مبدأ مختصات بگذارید و تمام نیروهایی وارد

برآن را به مولفه‌هایش روی محورها تجزیه کنید.

۵. با استفاده از نمودار جسم آزاد ، قانون دوم را در شکل مولفه‌اش

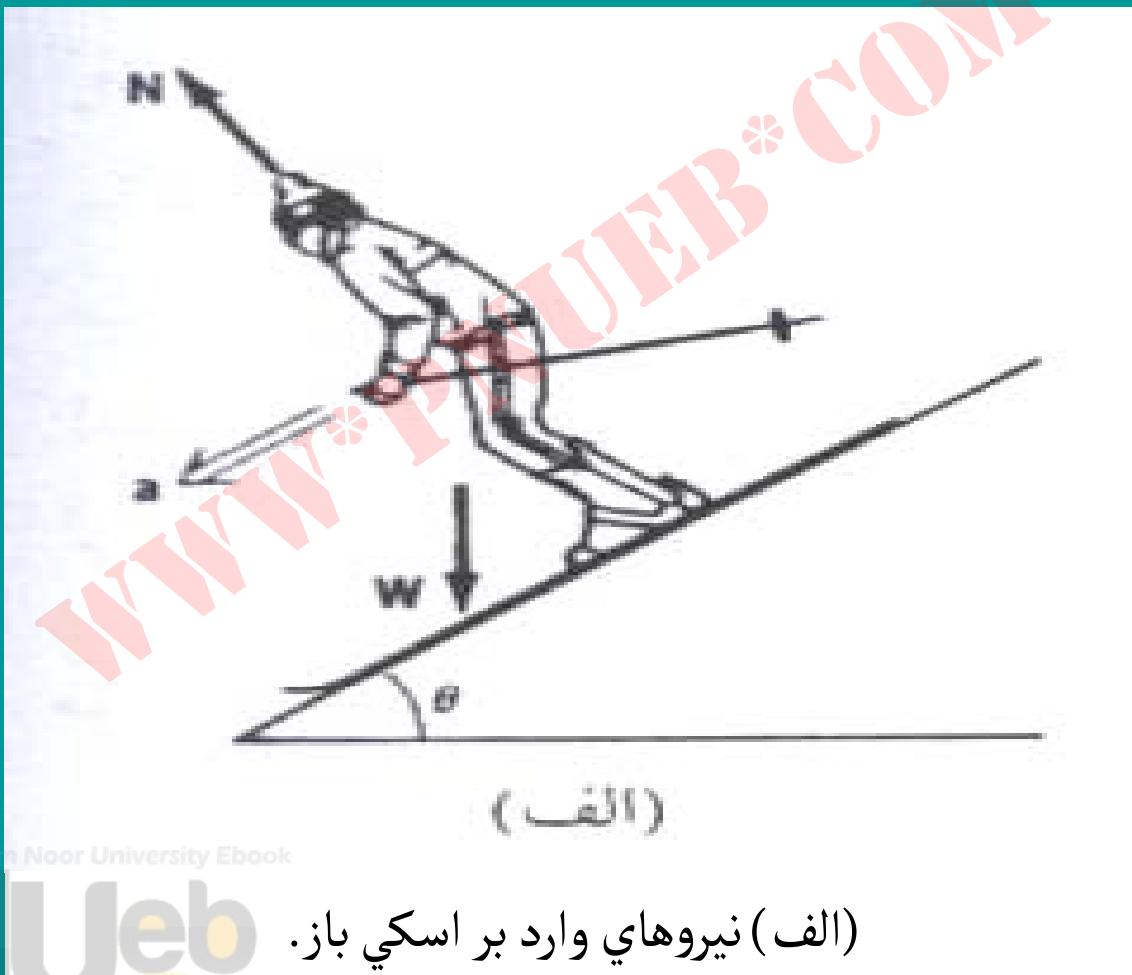
بنویسید:

$$\sum F_x = m a_x$$

$$\sum F_y = m a_y$$

و مجهولات مسئله را از حل این معادلات به دست بیاورید.

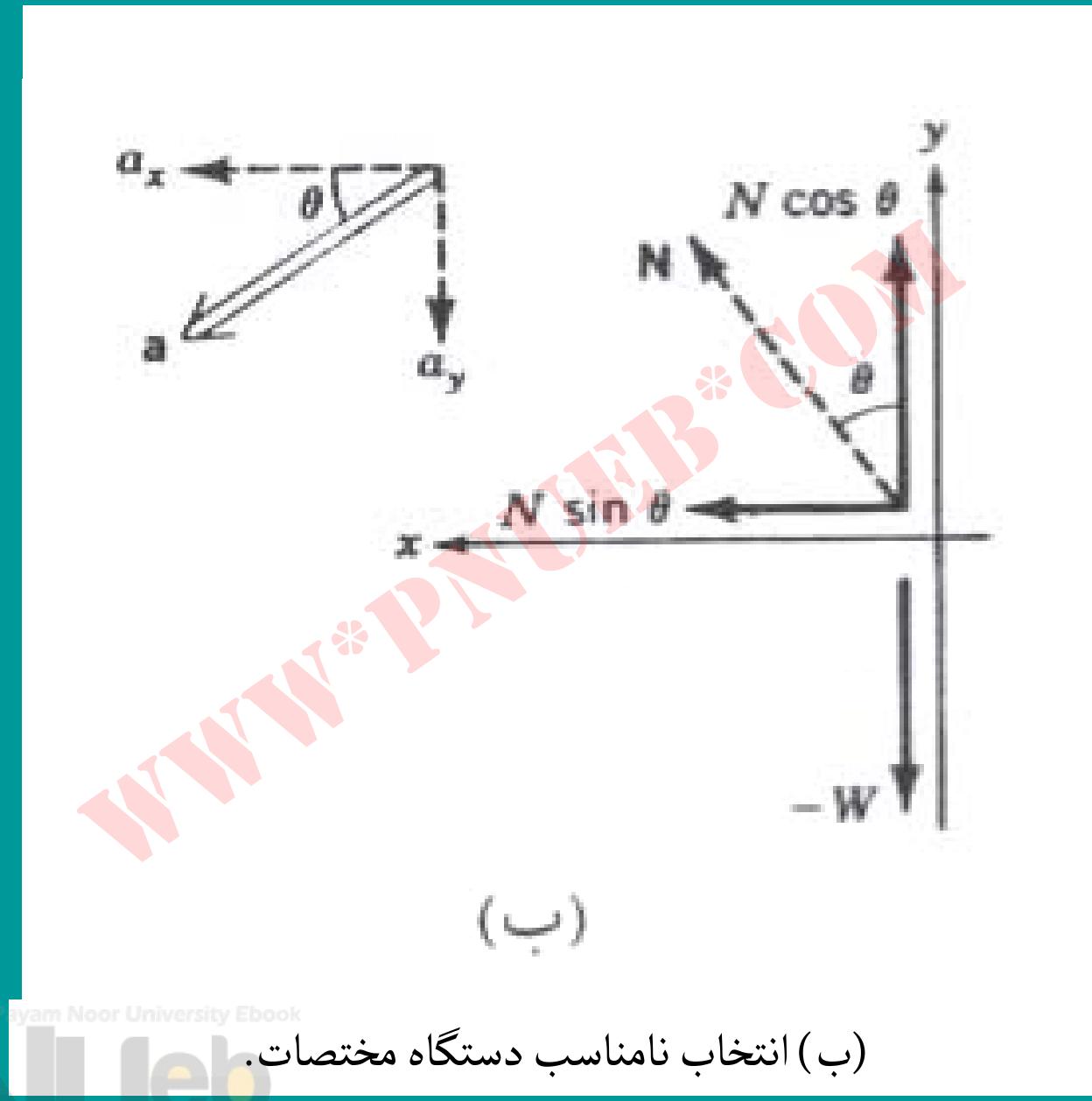
نمودار جسم آزاد - مثال

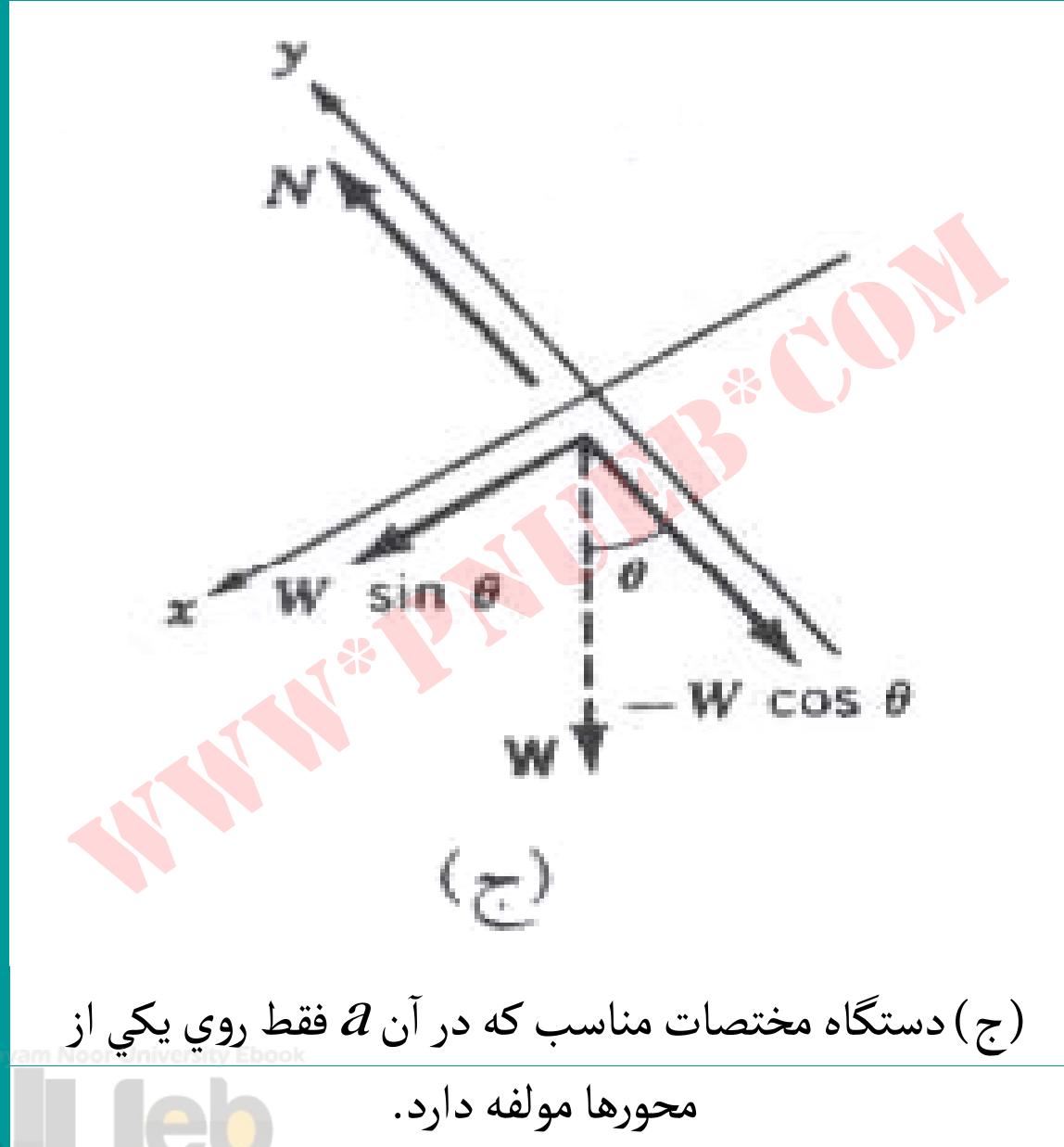


(الف)

(الف) نیروهای وارد بر اسکی باز.

(ب)





(ج) دستگاه مختصات مناسب که در آن a فقط روی یکی از محورها مولفه دارد.

پارادوکس اسب و گاری

اگر اسب و گاری (طبق قانون سوم) نیروهای مساوی

به هم وارد می‌کند، پس این سیستم چگونه عمل

می‌کند؟

$$F_{RH}$$

بررسی «پارادوکس اسب و گاری». این سیستم به این علت به جلو حرکت می‌کند که نیروی وارد از زمین به اسب، بزرگتر از نیروی وارد از زمین به گاری است.

وزن ظاهري

وزن ظاهري هر جسم ، برایند نیروهایی است که از سطح نگهدارنده به آن جسم وارد می شوند.

(الف)

(ب)

(الف) وقتی آسانسور با شتاب بالا می رود، $N > mg$ است. وزن ظاهري از وزن واقعی بیشتر است. (ب) وقتی آسانسور، با شتاب پایین می آید $N < mg$ است.

$$N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a)$$

$$mg - N = ma \Rightarrow N = m(g - a)$$

نکات قابل بحث :

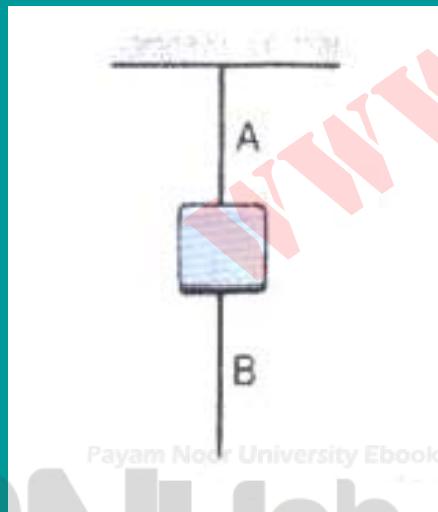
■ اگر سرعت آسانسور ثابت باشد $N=mg$ است.

■ اگر $a=g$ باشد (در حالت ب) $n=0$ است.

مسائل فصل پنجم

۱. وزنه‌ای توسط نخ A از سقف آویزان است و نخ B (که از همان جنس است) به زیر وزنه بسته شده است (شکل زیر). اگر B را در دست

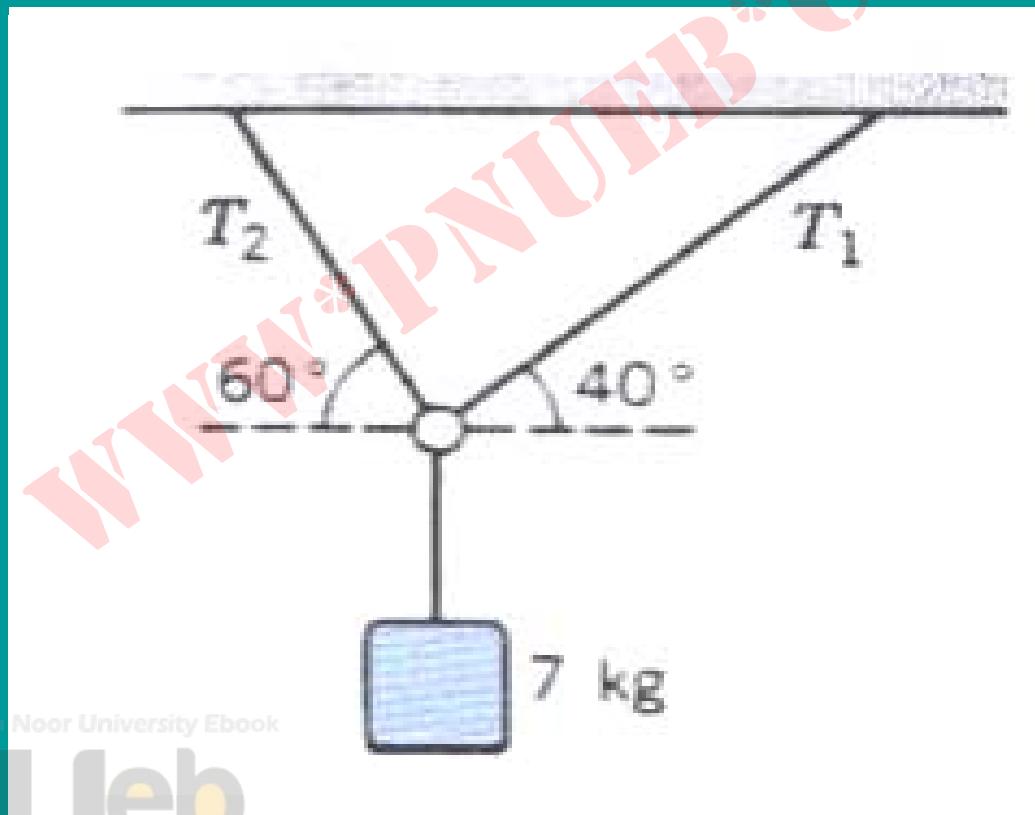
بگیریم و کشش آن را به تدریج زیاد کنیم، A پاره می‌شود، اما اگر B را با یک ضربه ناگهانی بکشیم، B پاره می‌شود. توضیح بدھید که چرا؟



Payam Noor University Ebook

۲. جسمی به جرم 7 kg توسط دو رشته نخ ، مطابق شکل زیر ، آویزان

است. نیروی کشش در هر رشته نخ چقدر است؟

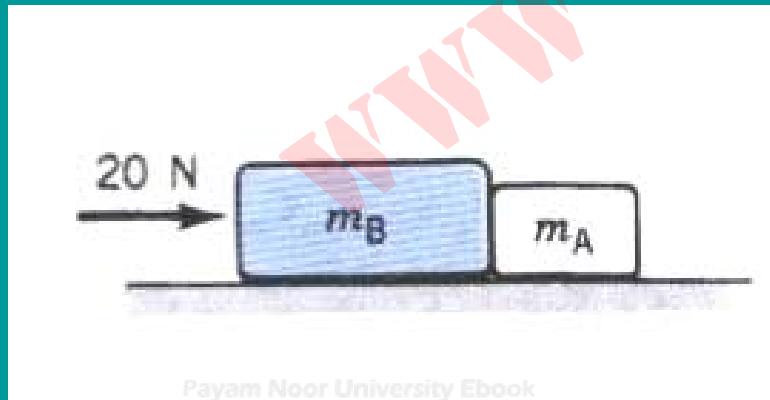


۳. جرم یک موشک پولاریس $kg\cdot 10^4$ را و نیروی پیشران موتورهای آن $N\cdot 10^5$ است. اگر این موشک تا ۱ دقیقه بعد از بلند شدن از زمین موتورهایش روشن باشد و در طی این مدت در راستای قائم هدایت شود، حداکثر تا چه ارتفاعی از زمین اوج خواهد گرفت؟ (فرض کنید مقاومت هوا ناچیز است).

۴. یک طناب ظریف حداکثر می‌تواند $N\cdot 600$ کشش را تحمل کند. کارگری می‌خواهد سطلي به جرم $kg\cdot 75$ را با استفاده از اين طناب از بام ساختماني به زمین بفرستد. حداقل شتاب سطلي باید چقدر باشد تا طناب پاره نشود؟

۵. در شکل زیر ، دو جسم A و B روی سطح افقی بدون اصطکاکی با هم در تماس‌اند و یک نیروی افقی برابر با 20 N به جسم B اثر می‌کند . اگر $m_B = 3\text{ kg}$ و $m_A = 2\text{ kg}$ باشد ، کمیات زیر را تعیین کنید :

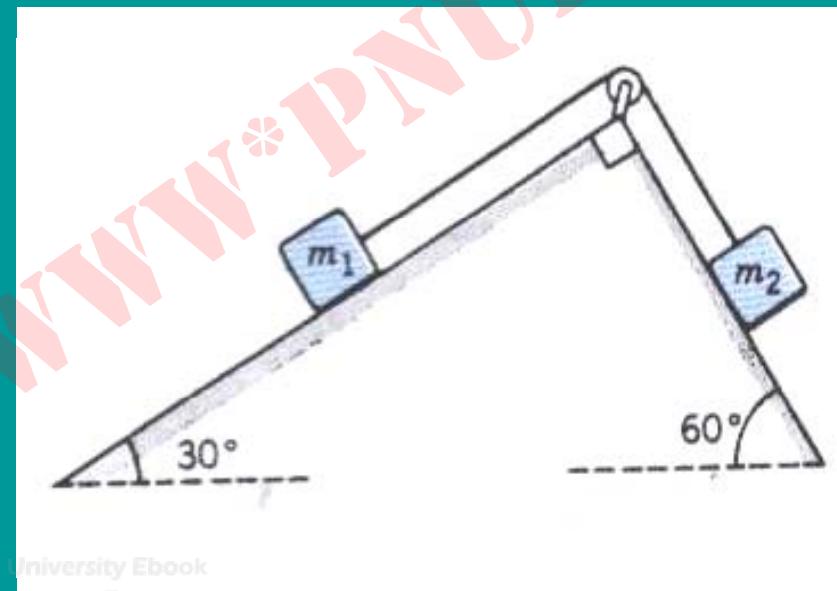
(الف) شتاب دو جسم ؛ (ب) نیرویی که A به B وارد می‌کند ؛ (ج) نیروی خالص (برايند) وارد بر B ؛ (د) اگر جای دو جسم را با هم عوض کنیم ، نیرویی که از A به B وارد می‌شود چقدر است ؟



Payam Noor University Ebook



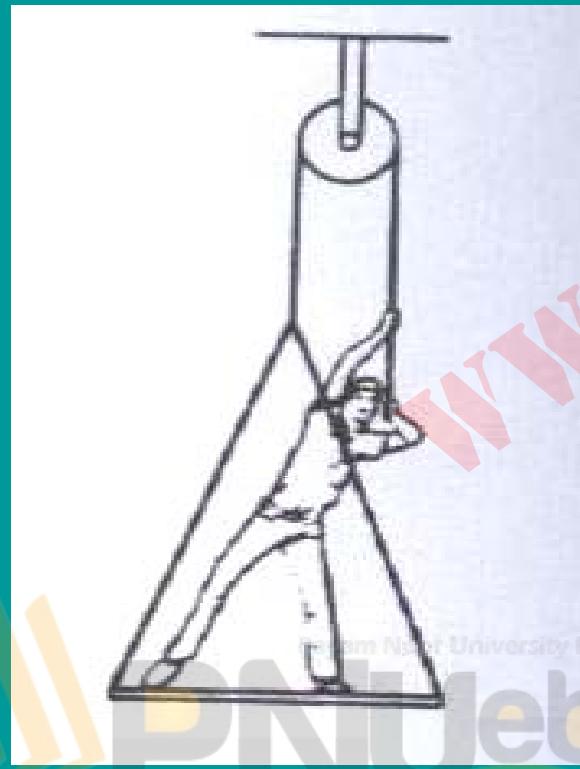
۶. دو قالب چوبی به جرم‌های $m_2=6\text{kg}$ و $m_1=5\text{kg}$ ، که به وسیله نخی به هم وصل شده‌اند، در دو طرف گوهای که در شکل زیر می‌بینید قرار داده می‌شوند. شتاب حرکت سیستم و کشش نخ چقدر است؟ (اصطکاک سطوح و جرم قرقره ناچیز است).



۷. یک وزنه ۵ کیلوگرمی به وسیله قطعه طنابی به جرم $2kg$ به یک وزنه ۳ کیلوگرمی متصل شده است. نیروی خارجی F_o مطابق شکل زیر به وزنه بزرگتر وارد می‌شود و کل سیستم را با شتاب $2 m/s^2$ به بالا می‌کشد.

(الف) F_o چقدر است؟ (ب) چه نیروی خالصی به طناب اثر می‌کند؟

(ج) کشش در وسط طناب چقدر است؟



۸. گلوله‌ای به جرم 3 kg با یک قطعه نخ بسیار سبک از سقف آسانسوری آویزان است. کشش نخ در هر یک از حالت‌های زیر چقدر است؟

الف) وقتی آسانسور در حال بالا رفتن، حرکتش را با شتاب 4 m/s^2 کند می‌کند؛ ب) وقتی آسانسور در حال پایین آمدن، حرکتش را با شتاب 2 m/s^2 تند می‌کند.

۹. یک کارگر ساختمان، که جرمش $75\ kg$ است، روی تخته‌ای به جرم $m=15\ kg$ قرار گرفته و دارد با استفاده از یک سیستم طناب و قرقه، مطابق شکل زیر، خودش را بالا می‌کشد. کشش طناب را در هر یک از حالت‌های زیر پیدا کنید. الف) سیستم (در هوا) ساکن است؛ ب) کارگر با شتاب به طرف بالا حرکت می‌کند؛ ج) اگر حداقل کششی که طناب می‌تواند تحمل کند $N = 700$ باشد، و کارگر در وسط راه طناب را به قلابی در روی دیوار بیندد، چه اتفاق می‌افتد؟

۱۰. دو وزنه به جرم‌های 2 kg و 5 kg مطابق شکل زیر از دو طرف قرقه‌ای

آویزان‌اند. وزنه 5 کیلوگرمی را ابتدا m_1 بالاتر از کف زمین نگه می‌داریم و

بعد رها می‌کنیم. وزنه 3 کیلوگرمی (که ابتدا در سطح زمین بوده است)

حداکثر تا چه ارتفاعی از سطح زمین بالا می‌رود ؟

فصل ششم: دینامیک ذره ۲

هدف کلی

- آشنایی با کاربردهای قانون دوم نیوتون با حضور اصطکاک و در مورد حرکت دایره‌ای

مطالب این فصل:

- اصطکاک
- دینامیک حرکت دایره‌ای
- مدارهای ماهواره‌ای
- چارچوب‌های نالخت

اصطکاک

- نیروی اصطکاک متناسب با نیرویی است که دو جسم را به هم می‌فشارد.
- نیروی اصطکاک بستگی محسوسی به مساحت سطح تماس دو جسم ندارد.
- نیروی اصطکاک (در سرعت‌های نسبتاً کم) مستقل از سرعت است.

اصطکاک جنبشی (یا لغزشی):

$$f_k = \mu_k N$$

اصطکاک ایستایی:

$$f_{s(\max)} = \mu_s N$$

یا

$$f_s \leq \mu_s N$$

نکات قابل بحث در مورد اصطکاک غلتی :

- کوچک بودن اصطکاک غلتی در مقایسه با اصطکاک لغزشی
- علت ایجاد اصطکاک غلتی
- جهت اصطکاک غلتی در غلتش آزاد و غلتش واداشته

دینامیک حرکت دایره‌ای

درهای که حرکت دایره‌ای بگتوانند
دارد مدام با یک نیروی مرکزگرا از مسیر لختی
خود (خط جیب) به طرف مرکز کشیده می‌شوند.
بعضی جهت سرعتش دانمای تغییر می‌کنند و در
نتیجه شتابدار است. نیروی جذب به مرکز در
این مورد توسط طاب تأمین می‌شود که
جهتش به طرف مرکز میراست.

مقدار نیرویی که جسم را در مسیر
دایره‌ای نگه می‌دارد:

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

این نیرو در جهت شتاب مرکزگراست و نیروی مرکزگرا نامیده
می‌شود.

نکات قابل بحث درباره نیروی مرکزگرا :

- این نیرو نوع جدید و مستقلی از نیرو نیست.
- از میان نیروهای موجود در سیستم تامین می شود.
- پس نباید به نیروهای "نمودار جسم آزاد" اضافه شود.

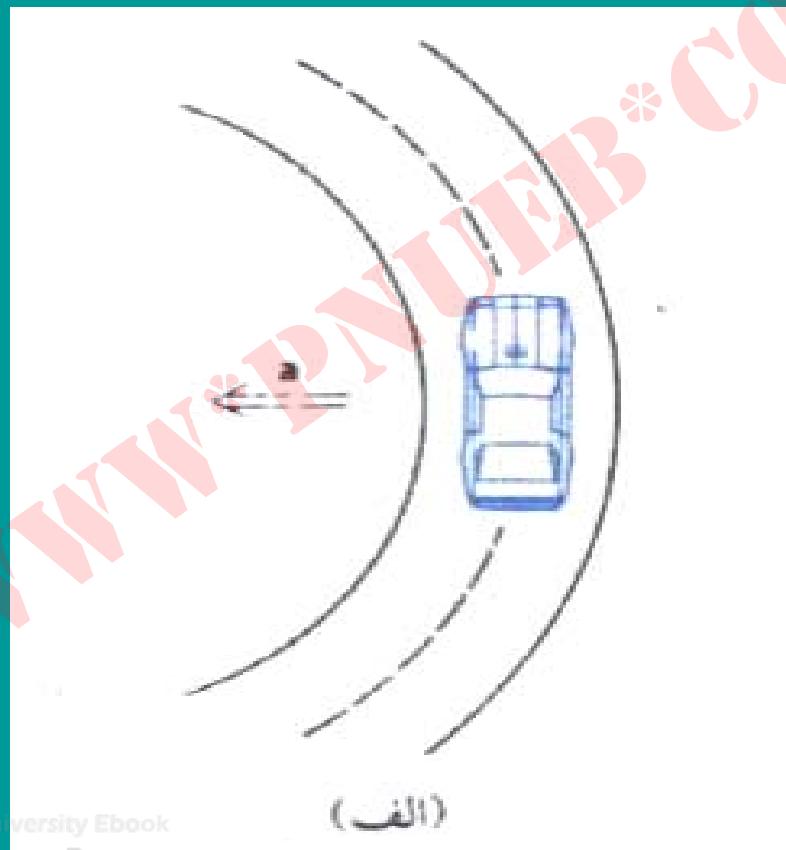
در چارچوب‌های مرجع لخت ،

نیازی به نیروهای ناشی از لختی

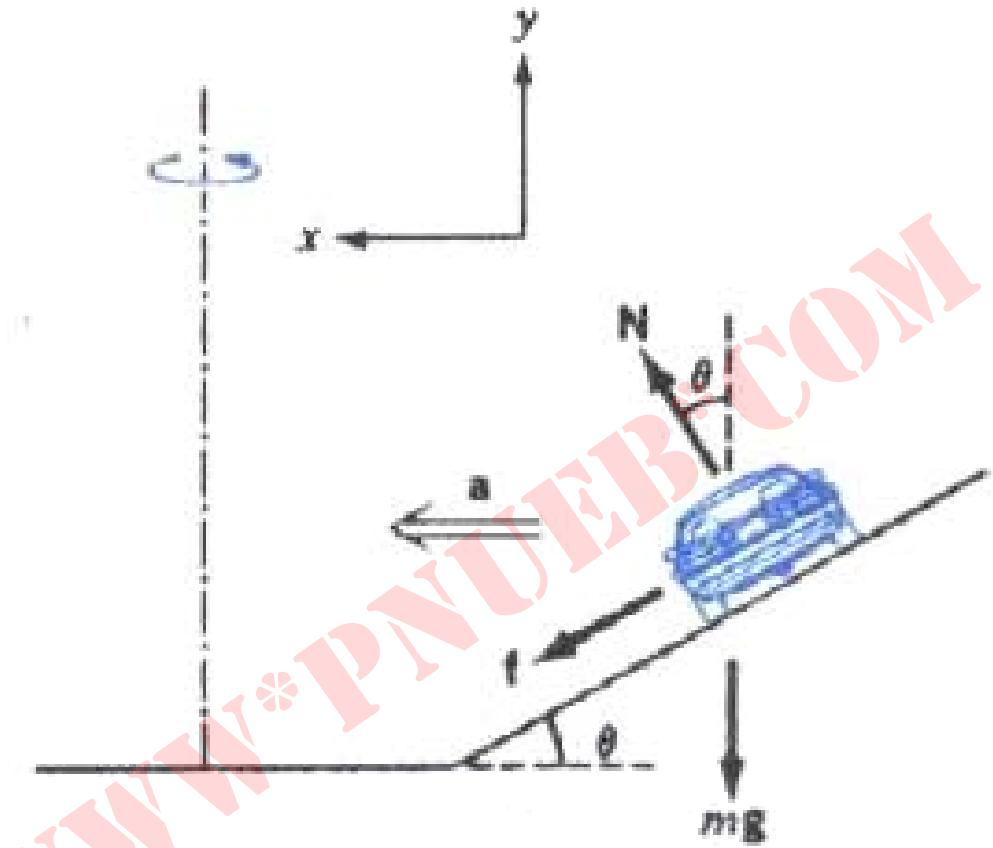
(نیروهای کاذب و غیر نیوتونی)

از قبیل "گریز از مرکز" نداریم.

تامین نیروی مرکزگرا در پیچ جاده



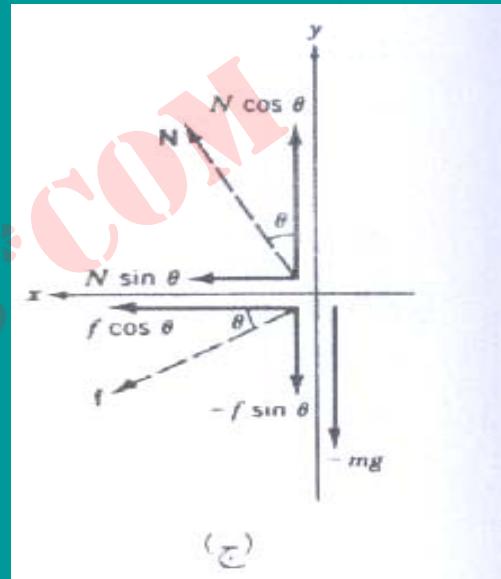
(الف) اتومبیل از نمایی بالا



(ب)

(ب) نیروهای وارد بر اتومبیل

$$\begin{cases} \sum F_x = f = m \frac{v^2}{r} \\ \sum F_y = N - mg = 0 \Rightarrow N = mg \end{cases}$$

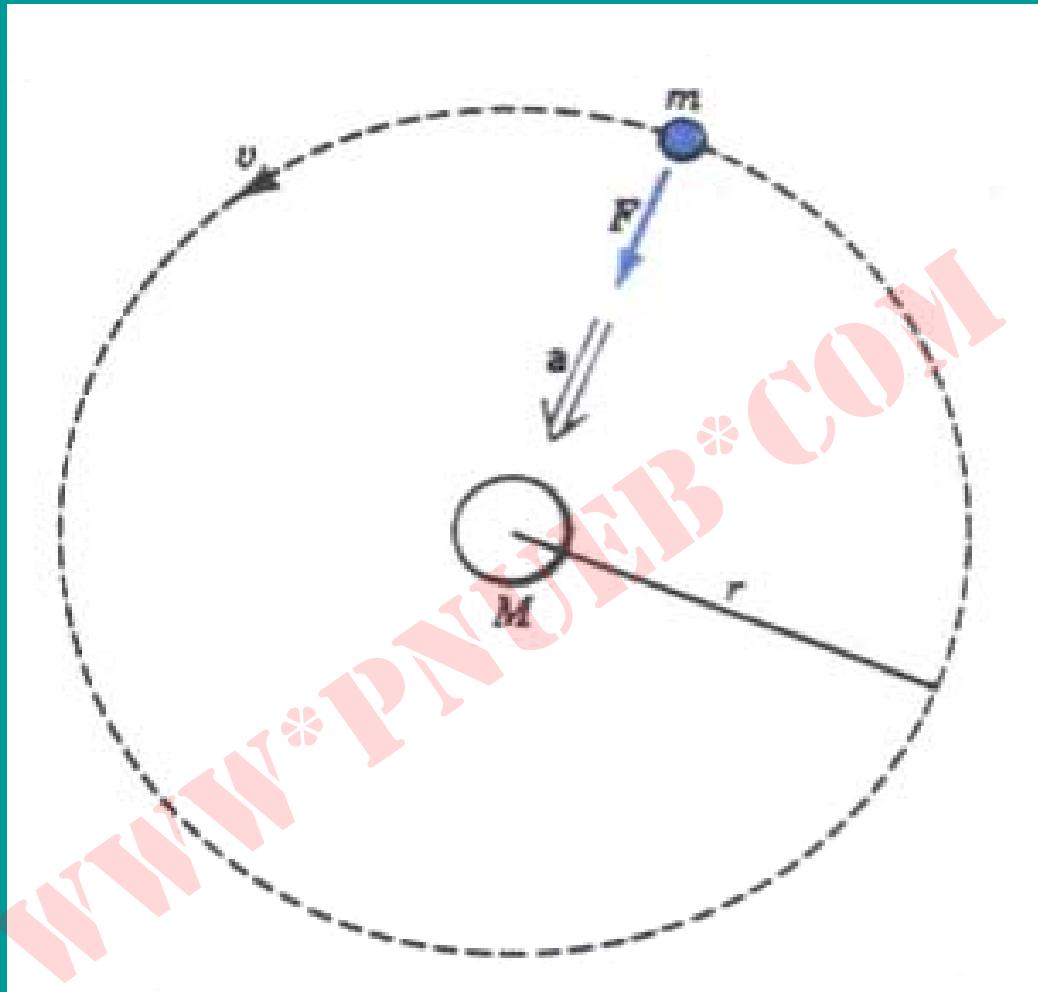


مدارهای ماهواره‌ای

$$F = ma \Rightarrow \frac{GmM}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

مداری Payam Noor University



ماهواره‌ای به جرم m در مداری به
دور جسم مرکزی M ، نیروی مرکز گرا از جاذبه
گرانشی تأمین می‌شود.

ماهواره‌ای در مدار زمین

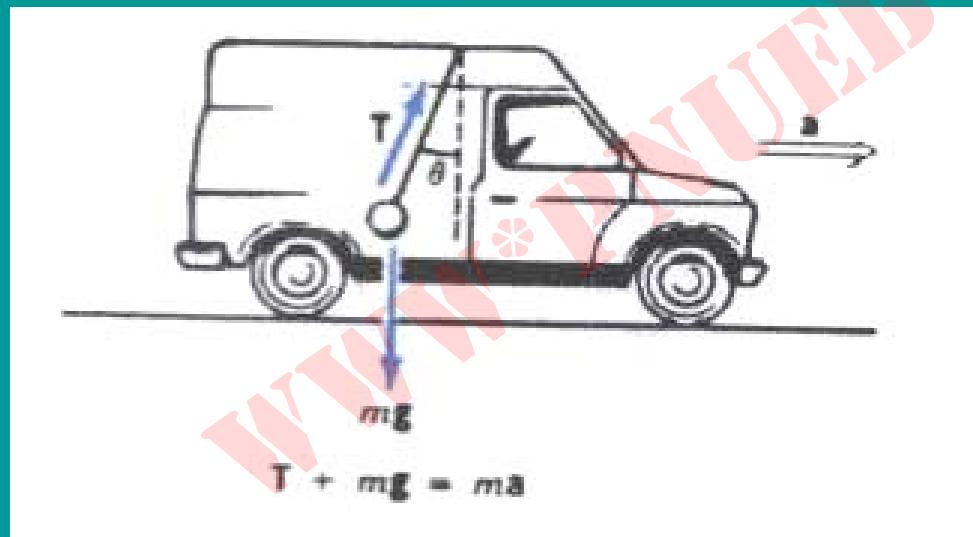
شکلی که خود نیوتن برای آزمایش ذهنی اش کشیده است. گلوله‌ای که از بالای کوهی به موازات زمین پرتاب شود اگر سرعت اولیه‌اش کم باشد به زمین فرود می‌آید، ولی اگر سرعت اولیه پرتاب به قدر کافی بزرگ باشد گلوله در مدار زمین فرار می‌گیرد.

چارچوب‌های نالخت

■ اتومبیلی با شتاب a در حرکت
است. نخ

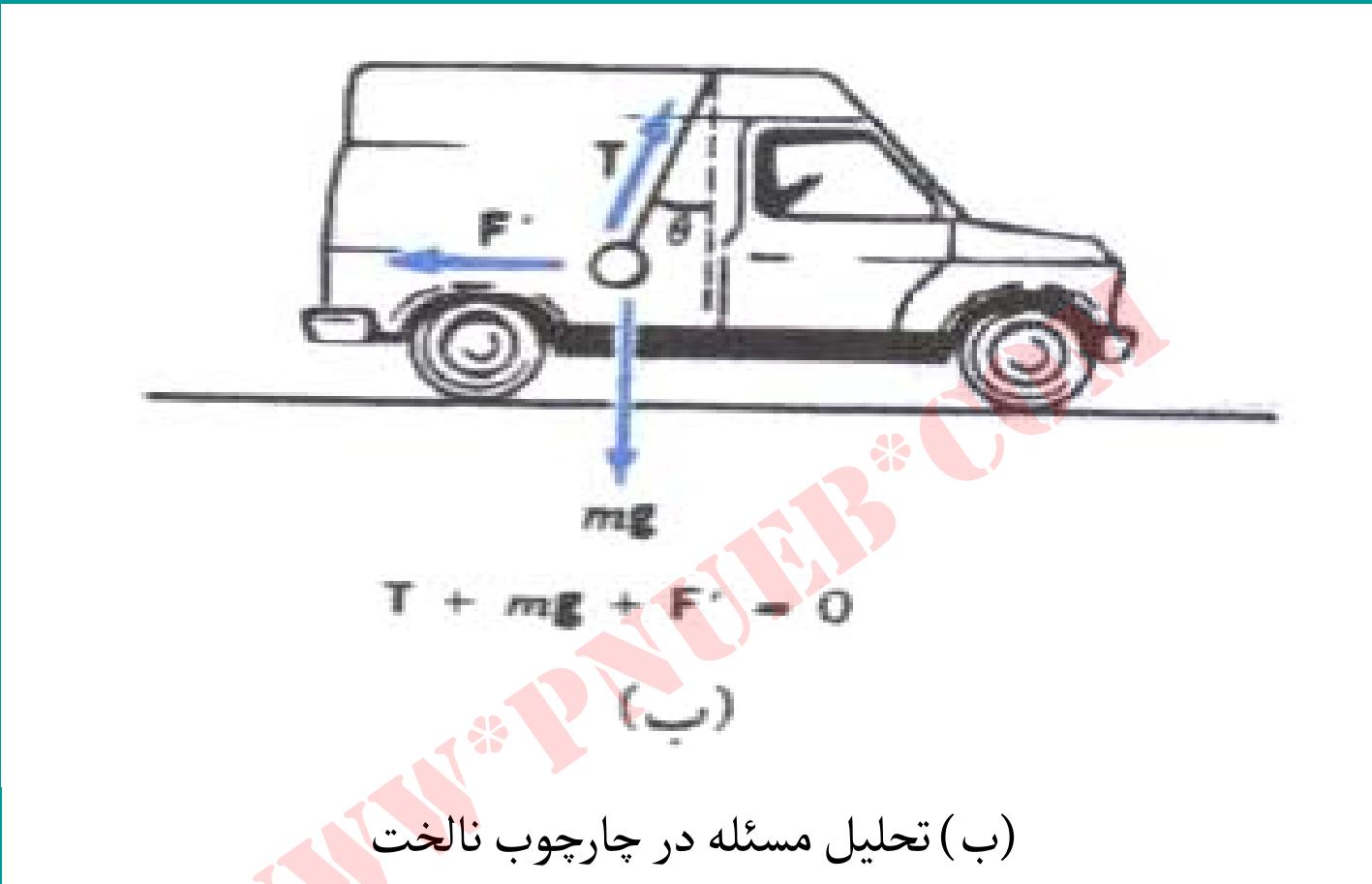
آنگی که از سقف آن آویزان است چه

زاویه‌ای با راستای قائم می‌سازد؟



(الف)

(الف) تحلیل مسئله در چارچوب لخت.



(ب) تحلیل مسئله در چارچوب نالخت

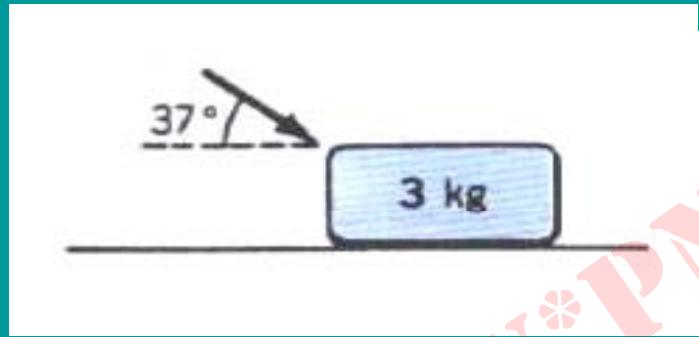
■ تحلیل مسئله در چارچوب لخت (الف) و نالخت (ب) به

نتیجه یکسانی منجر می شود.

مسائل فصل ششم

۱. در اتومبیل‌های معمولی (دیفرانسیل عقب) فقط چرخ‌های عقب توسط نیروی موتور چرخانده می‌شوند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی چرخ‌ها و جاده باشد، بیشترین شتابی که اتومبیل می‌تواند با آن :الف) به حرکت در بیاید و ب) متوقف شود ، چقدر است ؟
- ۸/۰

۲. در شکل زیر نیروی وارد به جسم $N = 25$ است. فرض کنید $m_k = 0.5$ م و $m_s = 0.5$ است. الف) اگر جسم در ابتدا ساکن باشد آیا در اثر این نیرو به حرکت در می آید؟ ب) اگر جسم به طرف راست حرکت کند، شتاب آن چقدر است؟



۳. یک تریلی که صندوقی را حمل می کند با شتاب $m/s^2 = 6$ در جاده افقی سرعتش را زیاد می کند. حداقل ضریب اصطکاک میان جعبه و کف تریلی باید چقدر باشد تا جعبه در حین این حرکت از جای خودش تکان نخورد؟

۴. در شکل زیر، جسم B با سطحی که $m_B = 5 \text{ kg}$ و $m_A = 2 \text{ kg}$ در روی آن واقع شده است اصطکاک ندارد ولی بین جسم A و B اصطکاکی با ضریب $\mu_s = 0.25$ وجود دارد. الف) اگر هر دو جسم با سرعت ثابت در حرکت باشند نیروی اصطکاک میان آنها چقدر است؟ ب) حداکثر چه نیروی افقی ای می‌شود به B وارد کرد، بی‌آنکه A روی آن بلغزد؟

۵. در شکل زیر ، $m_B = ۳ \text{ kg}$ و $m_A = ۲ \text{ kg}$ برابر با N مطابق شکل به B وارد می شود. ضریب اصطکاک میان دو جسم حداقل باید چقدر باشد تا A به پایین نلغزد ؟

۶. در یک جاده افقی ، اتومبیلی می خواهد با سرعت V از پیچی به شعاع R عبور کند. نشان بدھید که زاویه مناسب برای شب عرضی جاده در این پیچ از رابطه $\tan \theta = \frac{V^2}{Rg}$ بدست می آید. (فرض کنید اصطکاک آنقدر کم است که برای عبور بی خطر فقط باید به شب عرضی جاده متکی بود).

۷. اتومبیلی که با سرعت V در حرکت است ، ناگهان با تنه درختی که عمود بر مسیر در جاده افتاده و آن را بسته است مواجه می شود. ضریب اصطکاک ایستایی چرخ ها با جاده 0.6 است. برای اجتناب از برخورد ، راننده در هر یک از شرایط زیر باید حداقل در چه فاصله ای از مانع دست به کار شود؟ الف) اگر بخواهد در خط مستقیم ترمز کند ، ب) اگر بخواهد (بدون ترمز کردن) فرمان را در یک مسیر دایره ای بپیچاند.

۸. اتوبوسی در جاده مستقیم حرکت می‌کند. نخ آونگی که از سقف

اتوبوس آویزان است با امتداد قائم زاویه 8° درجه می‌سازد. شتاب اتوبوس

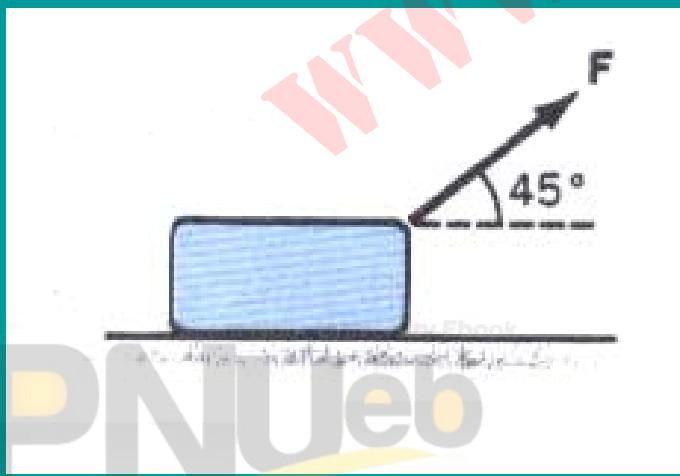
چقدر است؟

۹. در شکل زیر، ضریب اصطکاک ایستایی μ_s است. الف) نشان بدهید که

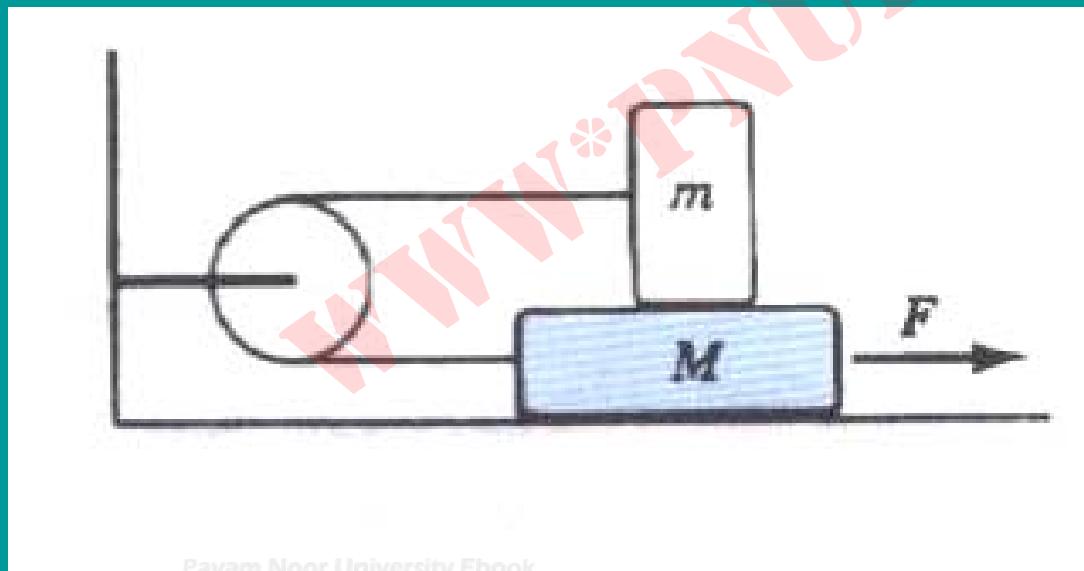
نیروی F لازم برای به حرکت در آوردن جسم به ازای s

به حداقل می‌رسد. ب) نشان بدهید که مقدار این نیروی حداقل برابر

$mg \sin \theta$ با است.



۱۰. در سیستم شکل زیر، $M = 4kg$ و $m = 2kg$ است. ضریب اصطکاک لغزشی برای همه سطوح $\mu_k = 0.2$ است. (جرم قرقره و نخ را ناچیز فرض کنید). این دو جسم به ازای چه مقداری از نیروی افقی F (الف) با سرعت ثابت حرکت خواهند کرد؟ (ب) با شتاب حرکت خواهند کرد؟



فصل هفتم: کار و انرژی

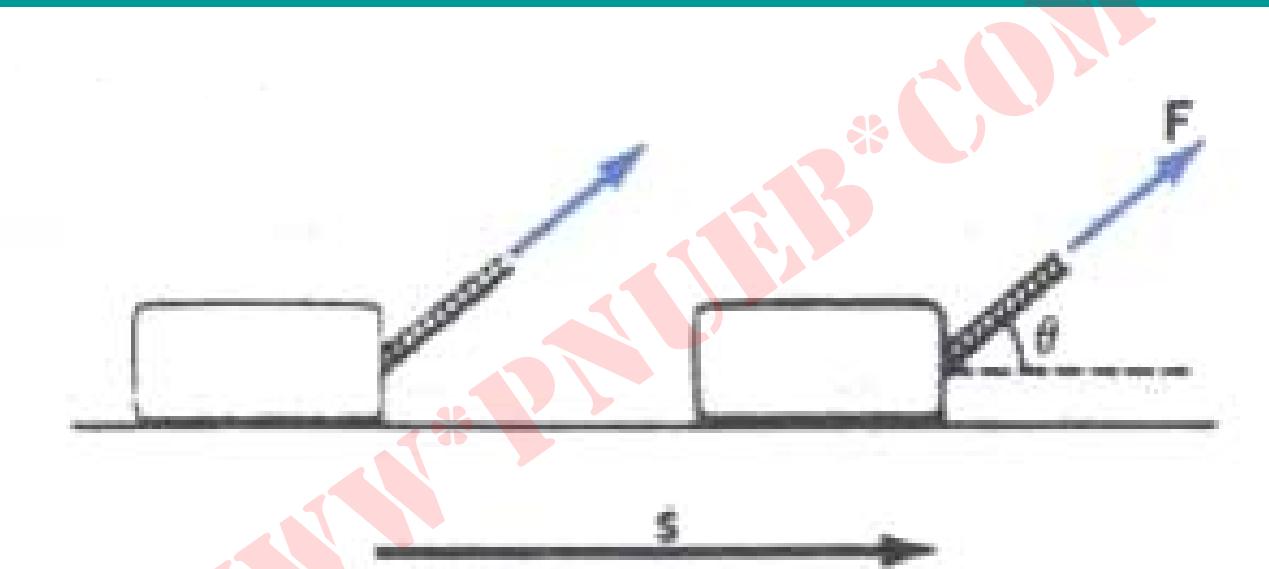
هدف کلی

■ آشنایی با مفهوم کار در فیزیک و رابطه آن با انرژی
■ مکانیکی

مطلوب این فصل:

- کار نیروی ثابت
- کار نیروی متغیر در یک بعد
- قضیه کار – انرژی در یک بعد
- توان
- کار و انرژی در سه بعد

کار نیروی ثابت



کار نیروی \vec{F} ، وقتی که نقطه اثر آن
به اندازه \vec{s} جایه جا می شود، عبارت است از

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = FS \cos \theta = FS$$

$$W = FS \cos \theta$$

$$W = F \cdot S$$

$$W = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

کار خالص چندین نیرو

$$W = W_1 + W_2 + \dots + W_n$$

$$W = F_1 \cdot S + F_2 \cdot S + \dots + F_3 \cdot S = \left(\sum F \cdot S \right)$$

$$W = F \cdot S$$

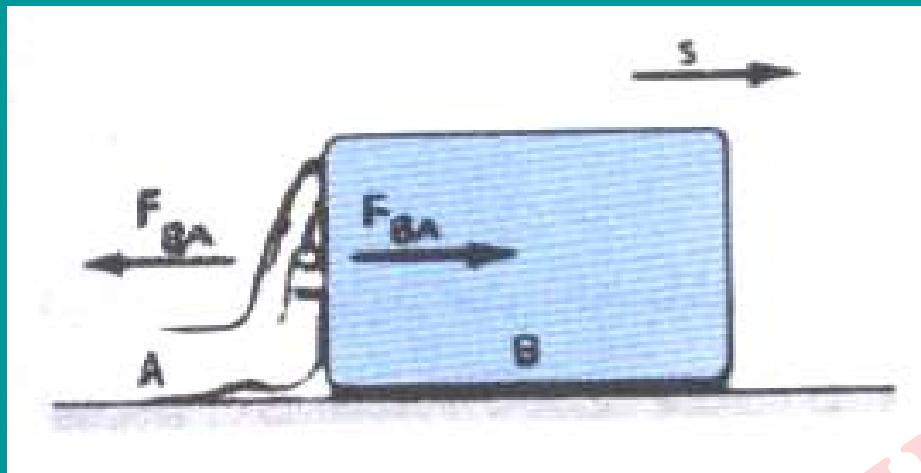
(خالص)

Payam Noor University Ebook

PNUebook

کتابخانه الکترونیکی پیام نور

کار منفی



$$F_{AB} = -F_{BA}$$

$$W_{AB} = -W_{BA}$$

دست روی جسم کار مثبت انجام

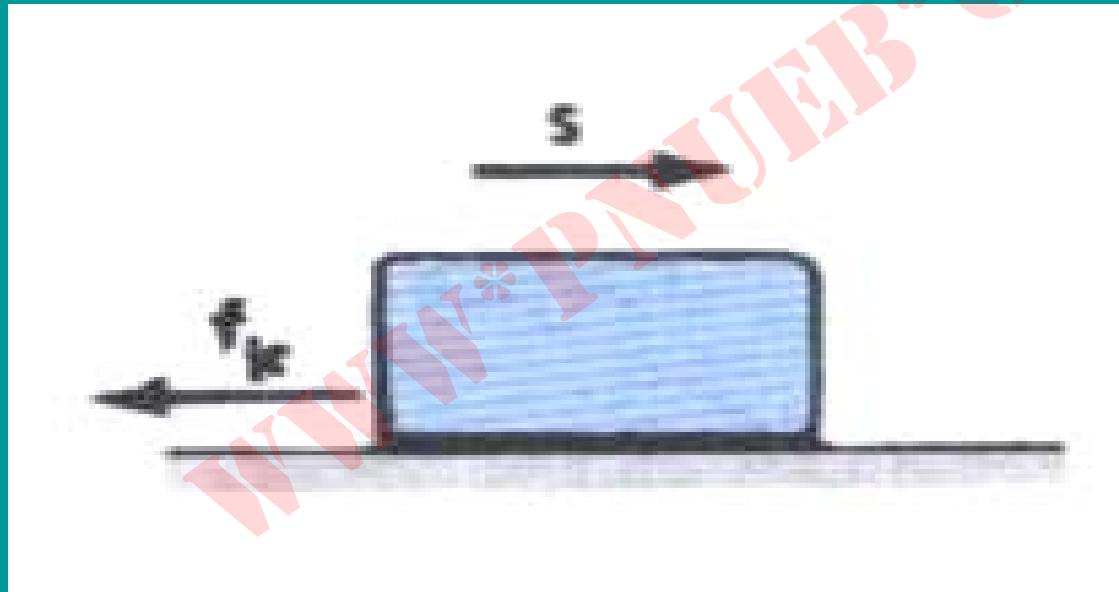
می‌دهد. همزمان جسم هم به همان مقدار

کار منفی روی دست انجام می‌دهد.

Payam Noor University Ebook

کار نیروی اصطکاک

$$W_f = f_k s \cos 180^\circ = -f_k s$$

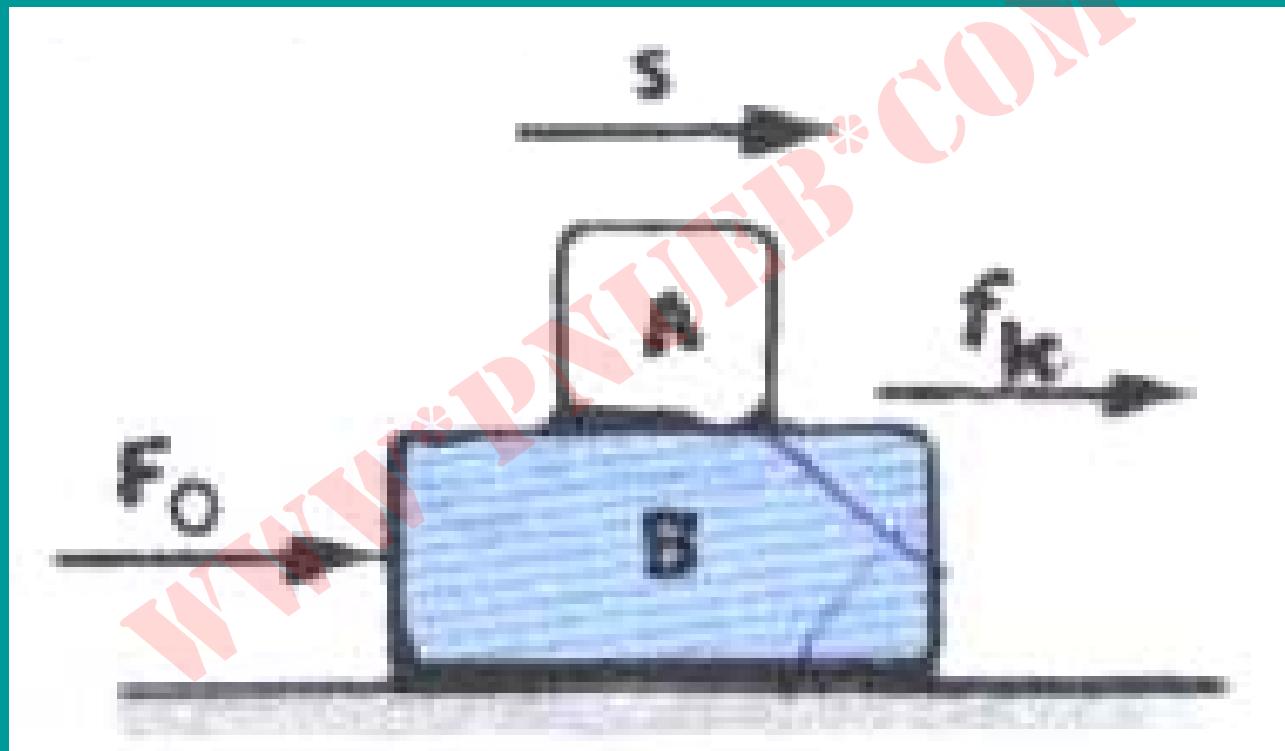


وقتی جسمی روی سطح ساکنی می‌لغزد ،

Payam Noor University Ebook

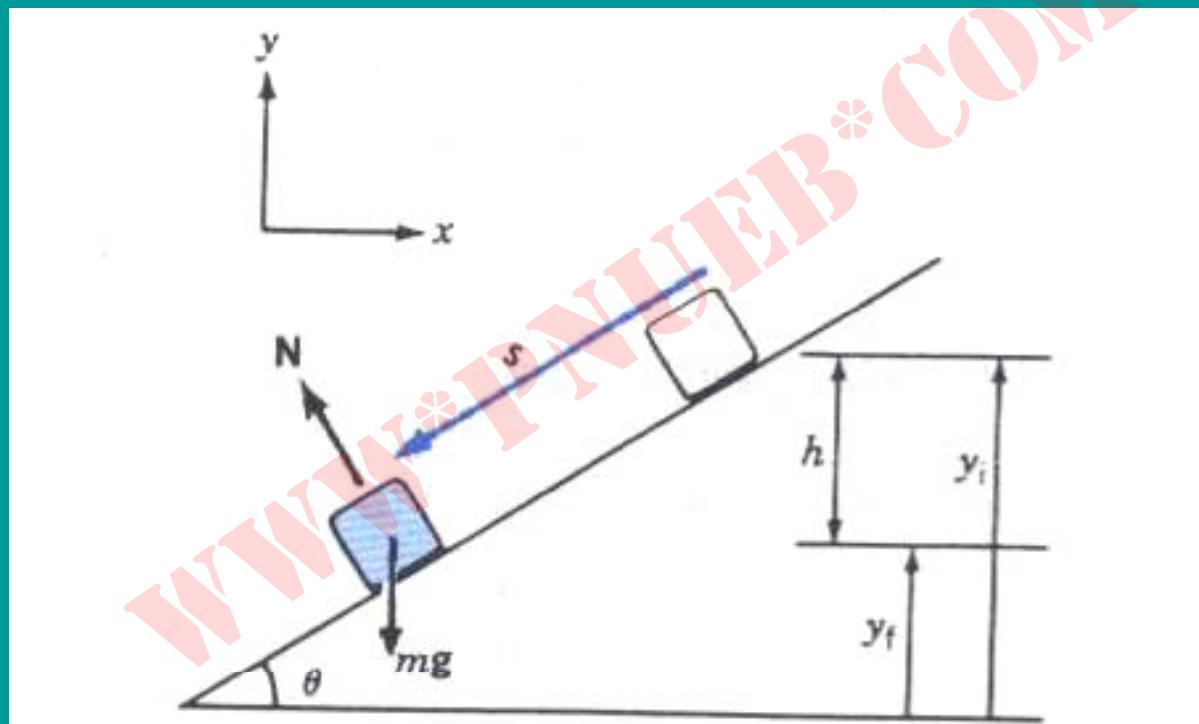
کار نیروی اصطکاک لغزشی منفی است.

کار نیروی اصطکاک همیشه هم منفی نیست!



در اثر نیروی F_0 جلو می‌رود و A نسبت به آن به عقب می‌لغزد. حاپچایی A نسبت به میز و نیروی k_f هر دو به طرف جلو هستند و در نتیجه نیروی A کار مثبت انجام می‌دهند.

کار نیروی ثقل



کاری که نیروی ثقل (که در محدوده مسئله ثابت فرض می شود) روی جسم انجام می دهد برابر است با $W_g = -mg(y_f - y_i) = +mgh$



PNUeb

کتابخانه الکترونیکی بنام نور

$$W_g = mg \cdot \vec{s} = (-mg \hat{j}) \cdot (\Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j})$$

$$W_g = -mg(y_f - y_i)$$

در این مثال $y_f - y_i = -h$ و بنابراین $W_g = +mgh$

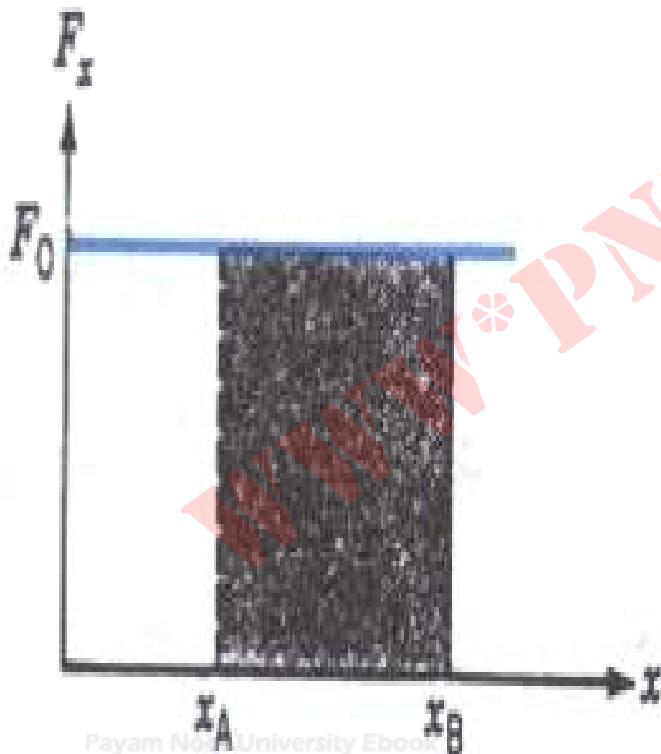
است.

نکات قابل بحث درباره کار نیروی ثقل :

$$W_g = -mg(y_f - y_i)$$

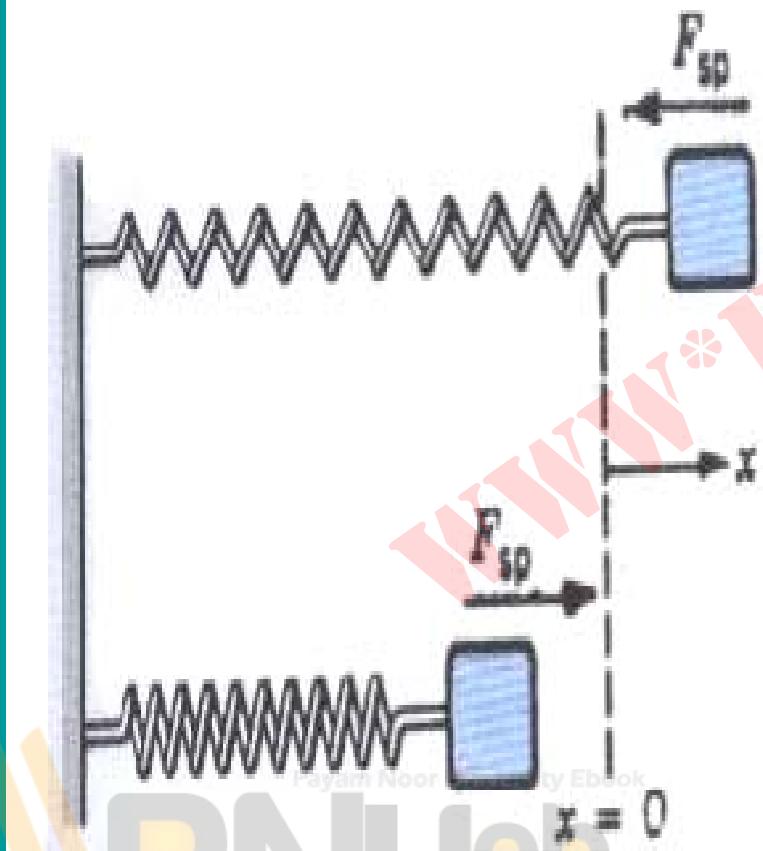
- کار نیروی ثقل مستقل از مسیر است و فقط به مختصات قائم اولیه و نهایی بستگی دارد.
- کار نیروی ثقل در مسیر بسته (رفت و برگشت) صفر است.
- چندین نیروهایی پایستاراند (فصل بعدی)

محاسبه کار از مساحت زیر منحنی F برحسب X



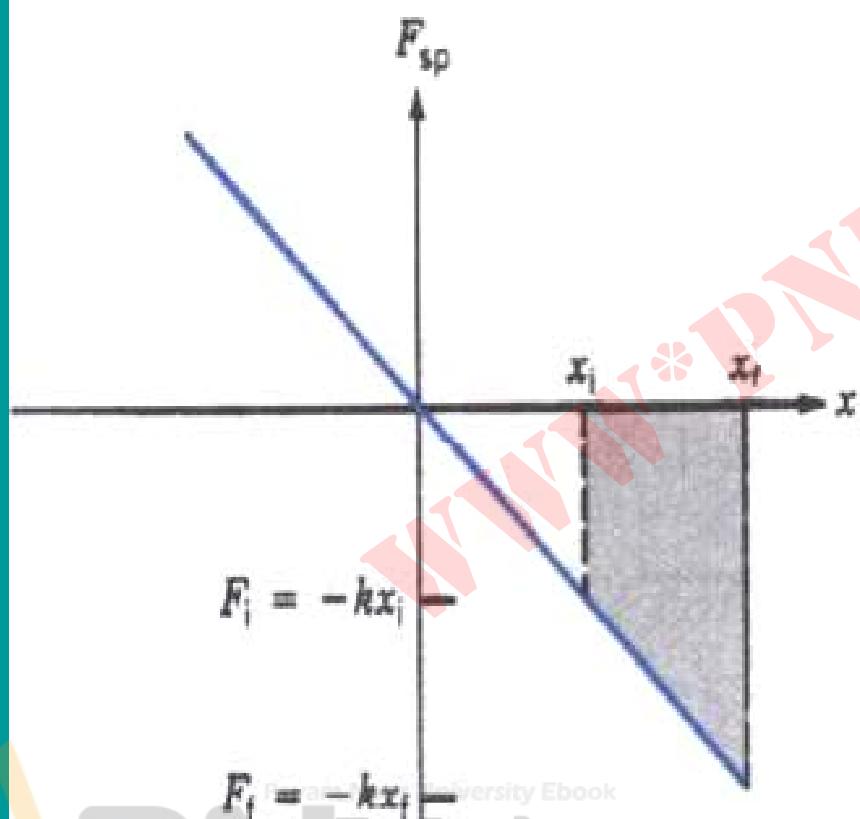
کار نیروی ثابت F در جابجایی از x_A به x_B برابر است با $(F_0(x_B - x_A))$.
همان مساحت زیر منحنی ها سورخورده است.

نیروی فنر



اگر فنر به اندازه λ منسق با منزاقم
شود، نیروی بازگرداننده‌ای که فنر اعمال
می‌کند برابر با $F_s = -kx$ است.

کار نیروی فنر



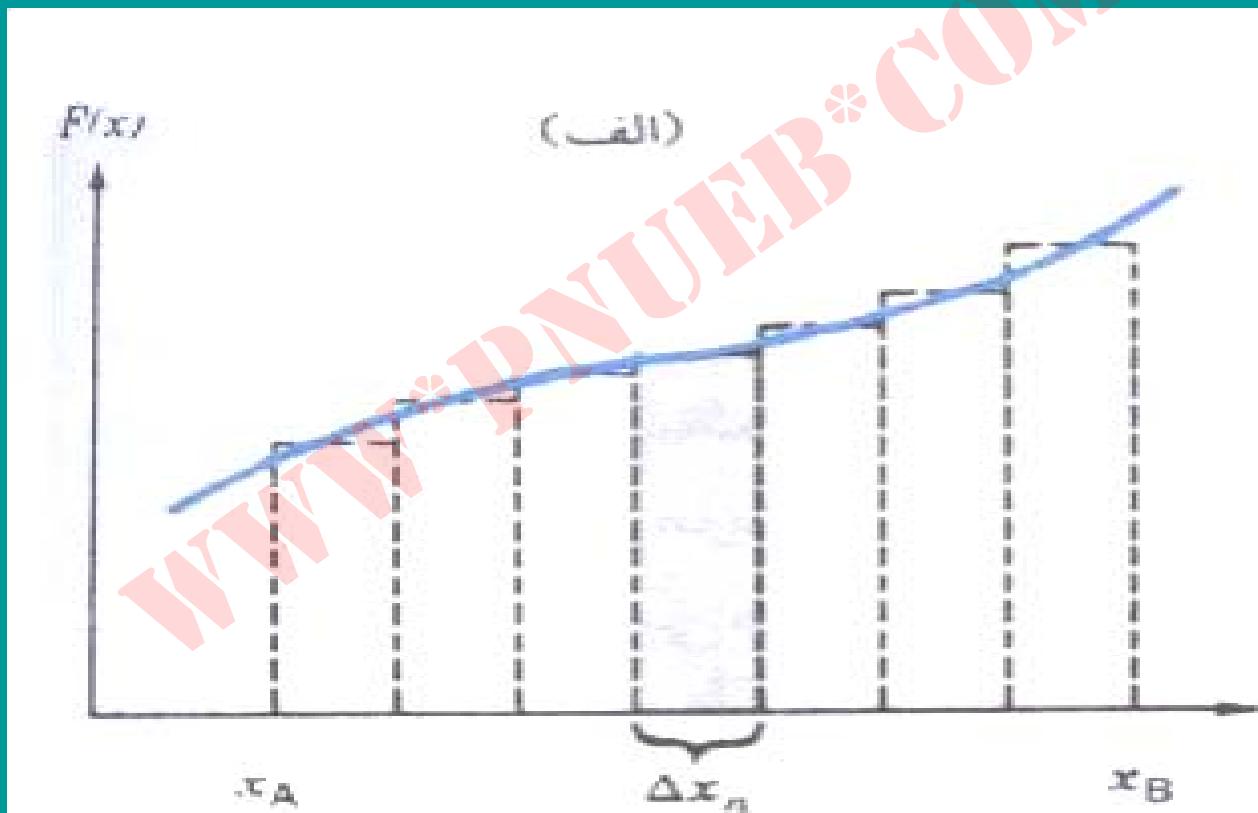
کار انجام شده توسط فنر در
جا بجا بی انتهای آزاد آن از x_i به x_f برابر است
با مساحت ذوزنقه هاشور خورده.

$$W_s = \frac{1}{2} F_f x_f - \frac{1}{2} F_i x_i$$

$$W_s = -\frac{1}{2} k(x_f^2 - x_i^2)$$

➤ نیروی فنر هم خصوصیات نیروهای پایستار را دارد.

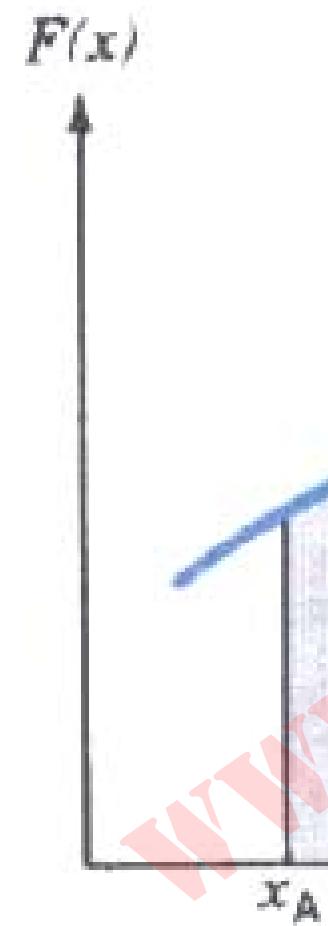
کار نیروی متغیر در یک بعد



Payam Noor University Ebook

(الف) کار نیروی متغیر تقریباً برابر با حاصل جمع مساحت‌های مستطیل‌هاست.

(ب)



(ب) مساحت کلی زیر منحنی از $\int F_x dx$

به دست می آید

Payam-Noor University Ebook



$$W \approx \sum F_n \Delta x_m$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\sum F_n \Delta x_n \right) = \int F_x d_x$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_{x_A}^B F_x d_x$$

قضیه کار - انرژی جنبشی در یک بعد

$$W = F\Delta x = ma\Delta x$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x$$

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$W_{\text{خالص}} = \Delta K$$

توان (آهنگ انجام کار)

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

توان متوسط

توان لحظه‌ای

$$P = \frac{dW}{dt}$$

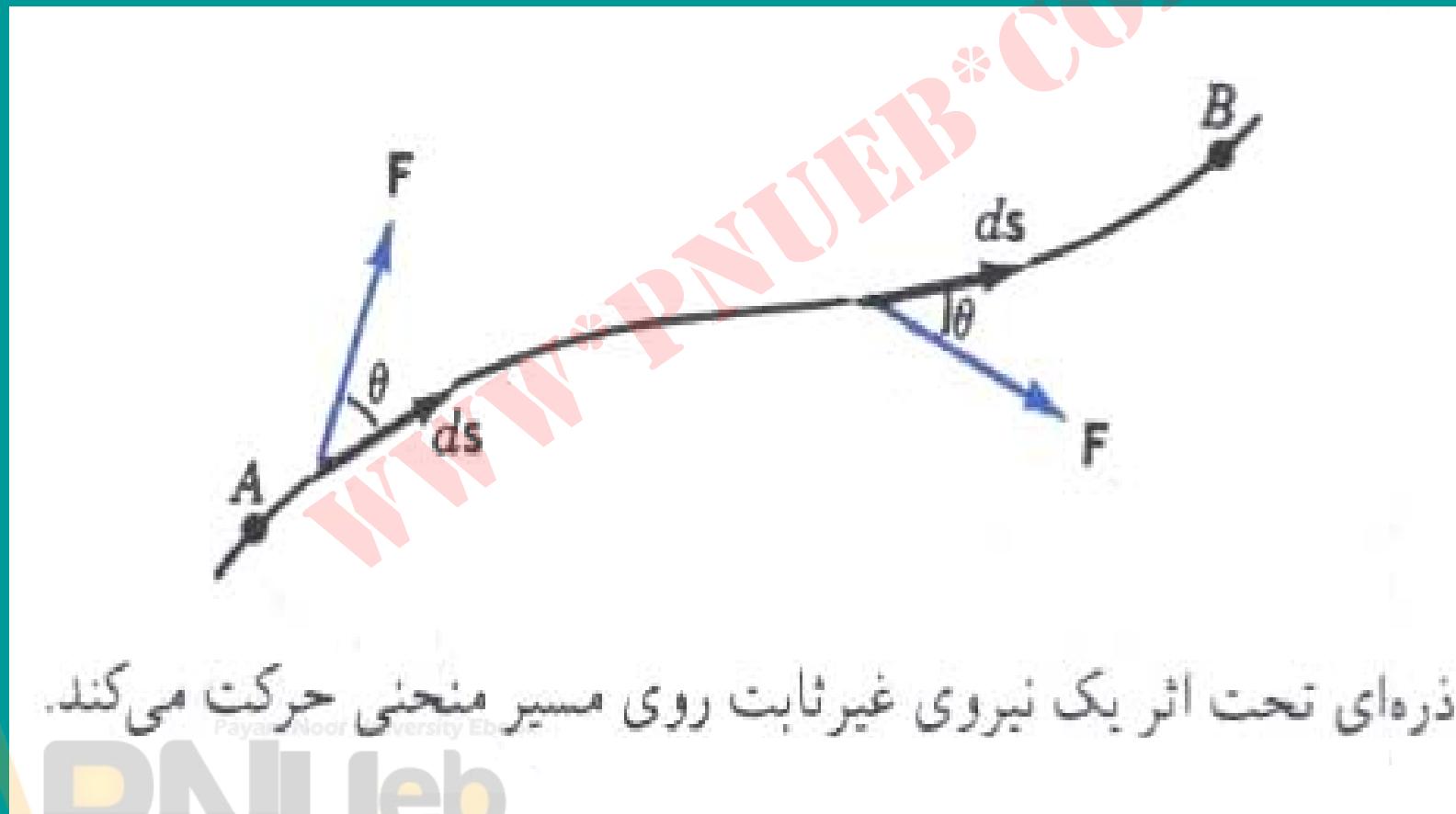
$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{\vec{ds}}{dt}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{V}$$

► یکای J/S توان SI است که (به افتخار جیمز وات) وات (W) نامیده می‌شود.

$$(1hp=746W)$$

کار و انرژی در سه بعد



ذره‌ای تحت اثر یک نیروی غیرثابت روی مسیر منحنی حرکت می‌کند.

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{ds}$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot \vec{ds} = \int_A^B F \cos \theta ds$$

$$ds = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}, \quad \vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B F_x dx + \int_A^B F_y dy + \int_A^B F_z dz$$

مسائل فصل هفتم

$$F = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$$

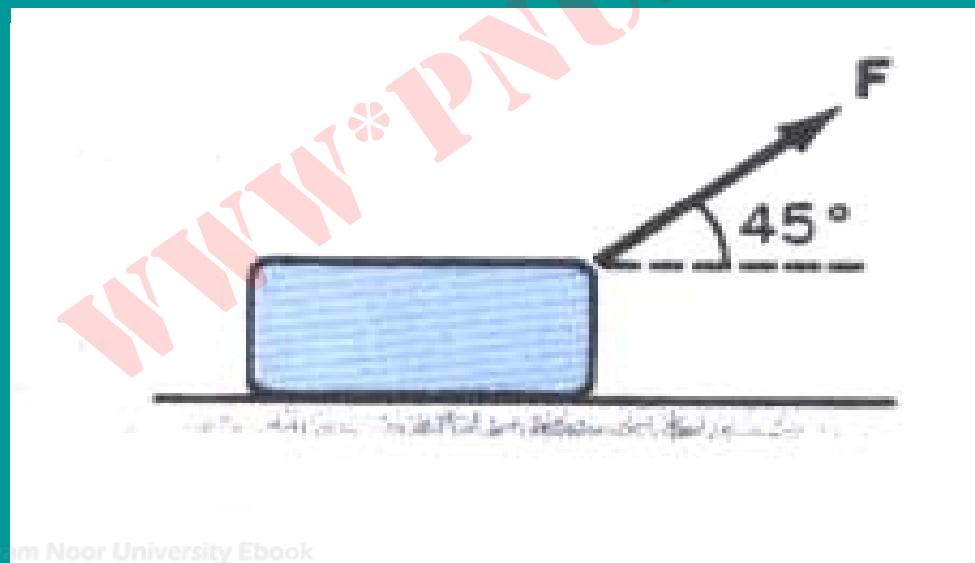
$$\rho_2 = 4\hat{i} - 3\hat{j} - k$$

۱. ذره ای به جرم $3kg$. تحت اثر نیروی

$$\rho_1 = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$$

مکان اولیه به مکان نهایی برد
برده می شود. کار این نیرو روی ذره ، چقدر است ؟

۲. نیروی F مطابق شکل زیر تحت زاویه 45° بالای افق به جسمی به جرم $8kg$ وارد می‌شود و آن را $2m$ روی یک سطح افقی که ضریب اصطکاکش $\mu = 0.25$ است جابجا می‌کند، هر یک از نیروهای (الف)، (ب) اصطکاک، و (ج) تقل چقدر کار روی جسم انجام می‌دهند؟

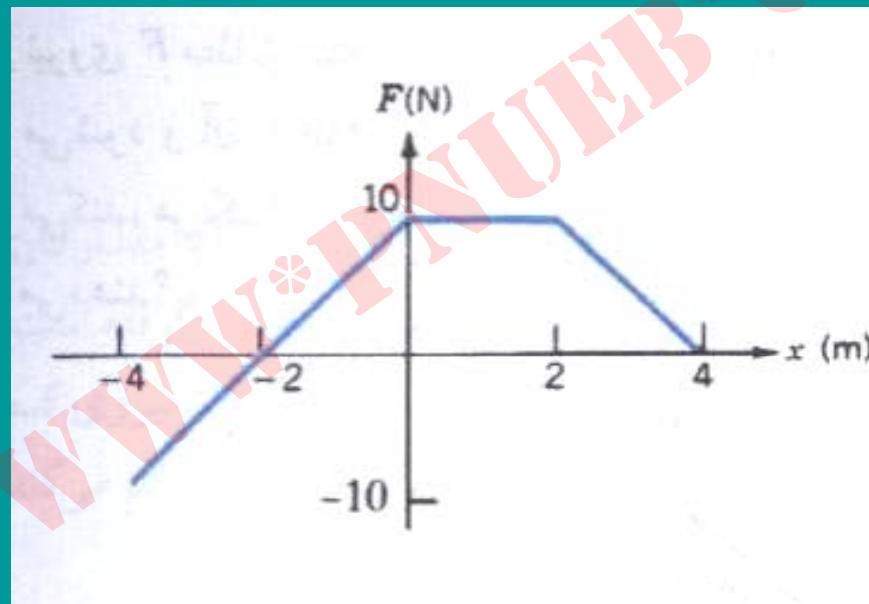


Payam Noor University Ebook

PNueb

کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

۳. نیرویی طبق نمودار شکل زیر با مکان تغییر می‌کند. کاری که این نیرو (الف) از $X = -4$ تا $X = +4\text{ m}$ و (ب) از $X = -2\text{ m}$ تا $X = 0$ انجام می‌دهد چقدر است؟



۴. گلوله‌ای به جرم 1.0 g با سرعت 400 m/s به تنۀ درختی برخورد می‌کند، به اندازه 25 cm در آن فرو می‌رود و متوقف می‌شود. نیروی متوسطی که در حین فرو رفتن به گلوله وارد می‌شود چقدر است؟

۵. با استفاده از قضیة کار – انرژی، نشان بدهید که کمترین مسافت توقف (از ترمز تا ایست کامل) برای اتومبیلی که با سرعت V در حرکت است از رابطه به دست می‌آید که در آن ضریب اصطکاک لغزشی چرخها با جاده است.

۶. اتومبیلی به جرم 1050 kg برای حرکت با سرعت ثابت 80 km/h به توانی برابر 12 hp نیاز دارد. (الف) کل نیرویی که در مقابل حرکت اتومبیل مقاومت می‌کند چقدر است؟ (ب) توانی که باید موتور به چرخها (ی عقب) بدهد تا اتومبیل بتواند با همین سرعت از یک شیب 15° بالا برود چقدر است؟

۷. نیروی خارجی لازم برای آنکه فنری را به اندازه X منبسط کند به صورت $F(X)=16X+0.5X^2\text{ N}$ است. برای انبساط این فنر از $X=1\text{ m}$ تا $X=2\text{ m}$ چقدر کار لازم است؟

۸. قضیة کار-انرژی را در مورد حرکت سه بعدی ، تحت اثر نیروی متغیر ، اثبات کنید.

فصل هشتم: پایستگی انرژی

هدف کلی

■ آشنایی با مفهوم انرژی پتانسیل و قانون پایستگی انرژی
مکانیکی

مطلوب این فصل:

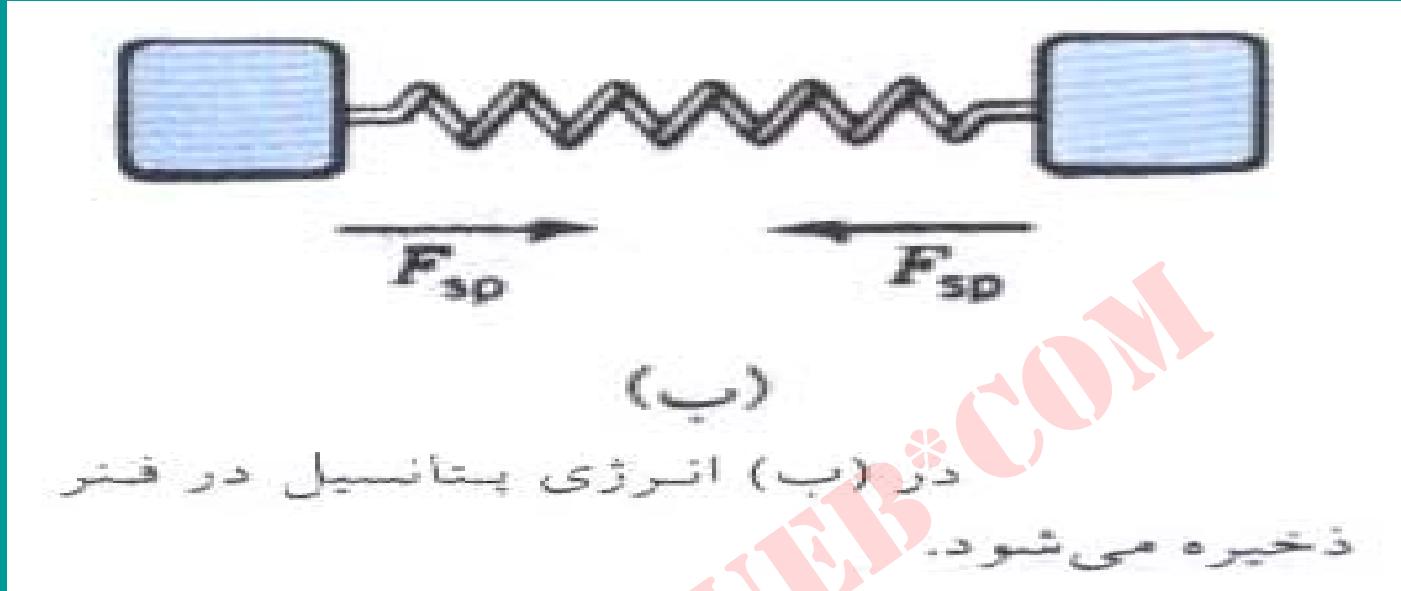
- انرژی پتانسیل
- نیروهای پایستار
- انرژی پتانسیل در نیروی پایستار
- تابع انرژی مکانیکی
- انرژی مکانیکی در نیروهای ناپایستار
- نیروی پایستار و تابع انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل



(الف)

انرژی پتانسیل متعلق به هر دو جسمی است که با یکدیگر بر هم کوشش دارند. در (الف) این انرژی متعلق به سیستم سیب زمین است.

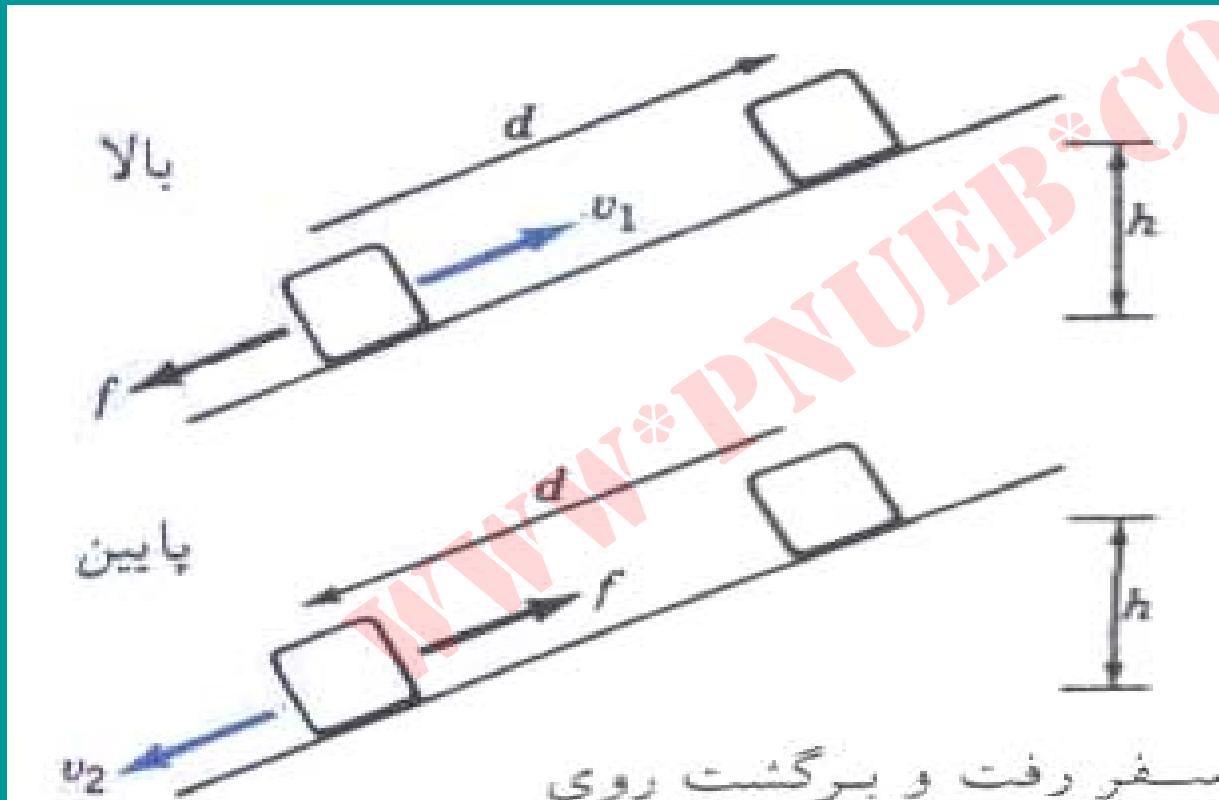


(ب)

در (ب) انرژی پتانسیل در فنر
ذخیره می شود.

► انرژی پتانسیل یک سیستم عبارت است از کار خارجی لازم برای آنکه اجزای سیستم را با سرعت ثابت از وضعیت $U=^{\circ}$ به وضعیت مشخص دیگری در بیاورد.

نیروهای پاپیستار

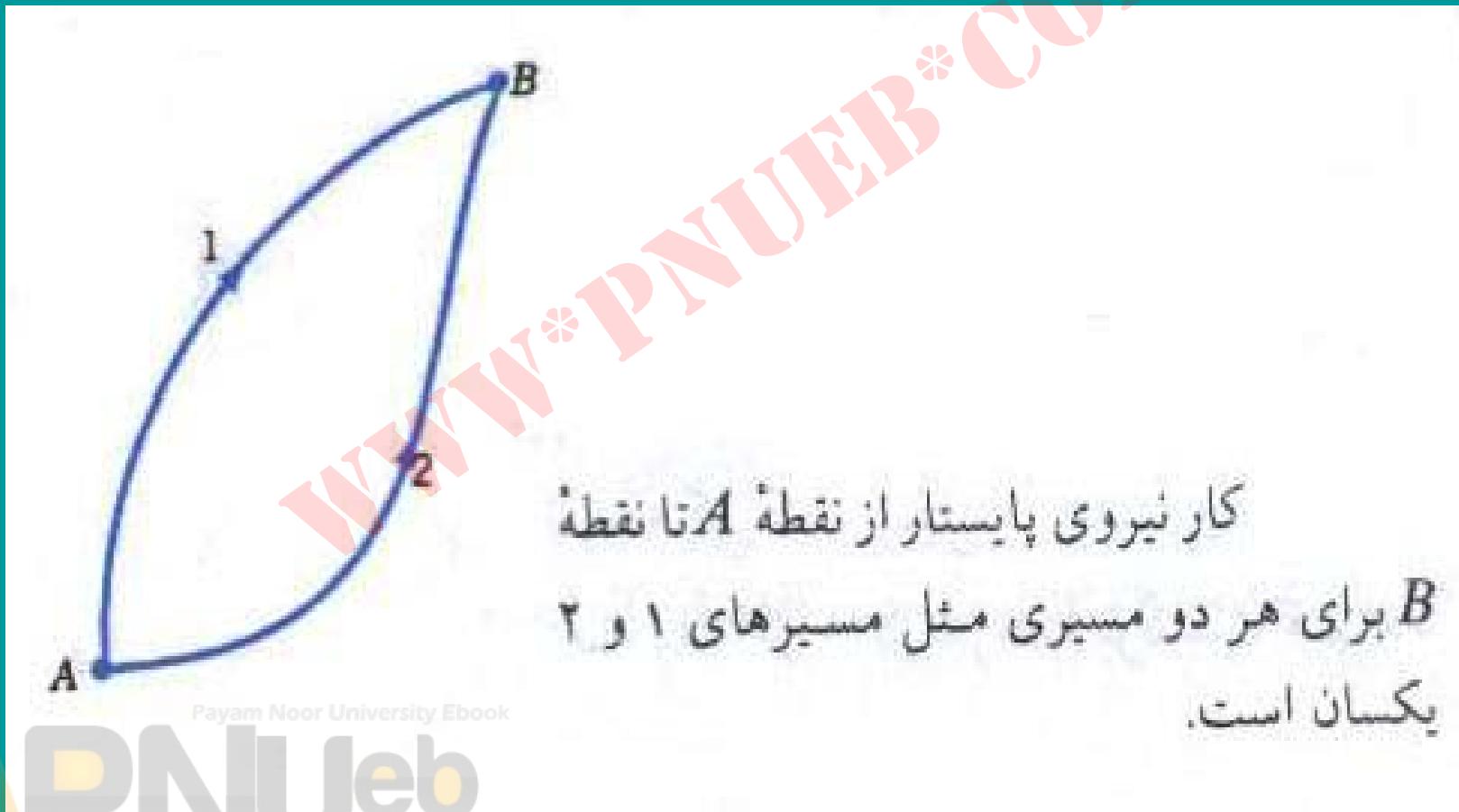


در یک سفر رفت و برگشت روی سطح شبدار، کار نیروی نقل صفر است ولی کار نیروی اصطکاک مقداری منفی است.

نقل نیرویی پایستار است ولی
اصطکاک ناپایستار.

فقط به نیروهای پایستار می‌شود
انرژی پتانسیل وابسته کرد.

خواص نیروهای پایستار



$$W_{A \rightarrow B}^{(1)} = W_{B \rightarrow A}^{(2)}$$

$$\cdot W_{A \rightarrow B}^{(2)} = - W_{B \rightarrow A}^{(2)}$$

$$W_{A \rightarrow B}^{(1)} + W_{B \rightarrow A}^{(2)} = 0$$

▶ یعنی کار نیروی پایستار در طی هر مسیر بسته‌ای صفر است.

انرژی پتانسیل در نیروهای پایستار

انرژی پتانسیل برحسب کار نیروی پایستار

$$W_c = -\Delta U = -(U_f - U_i)$$

برای نیروی متغیر در سه بعد

$$dU = -dW_c = -\vec{F}_c \cdot d\vec{s}$$

$$U_B - U_A = - \int_A^B \vec{F}_c \cdot d\vec{s}$$

Payam Noor University Ebook

تابع انرژی پتانسیل

در مورد نیروی ثقل

$$W_g = -m g (y_f - y_i)$$

از طرفی

$$W_g = -\Delta U_g = -(U_f - U_i)$$

بنابراین (اگر مرجع پتانسیل در $y = 0$ و انرژی

پتانسیل در این نقطه $U g = 0$ باشد:

$$U_g = mgy$$

به همین ترتیب برای نیروی فنر هم خواهیم داشت:

$$U_s = \frac{1}{2} k x^2$$

پایستگی انرژی مکانیکی

اگر ذره‌ای فقط تحت تاثیر نیروهای پایستار باشد:

$$\begin{cases} W_c = \Delta k \\ W_c = -\Delta U \end{cases}$$

قضیة کار – انرژی

تعریف انرژی پتانسیل

$$\Delta k = -\Delta U$$

بنابراین:

یا

$$\Delta k + \Delta U^* = 0$$

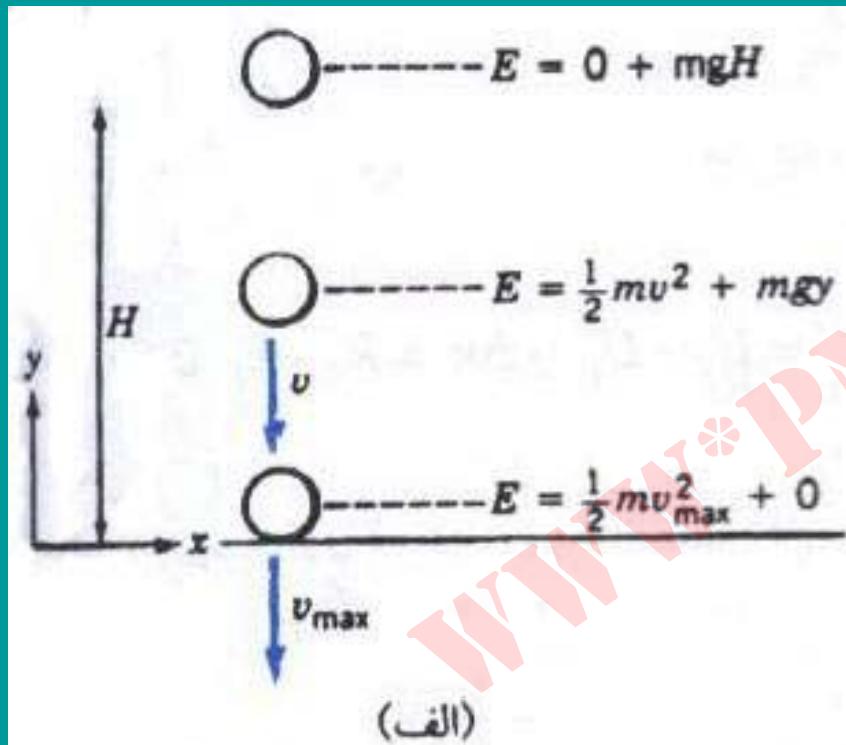
$$k_f + U_f = k_i + U_i$$

برحسب انرژیهای اولیه و نهایی

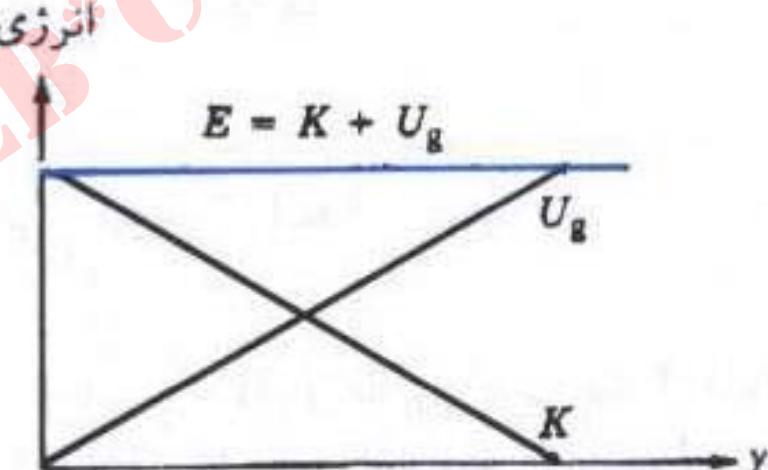
$$E_f = E_i \text{ یا } \Delta E = 0$$

برحسب انرژیهای مکانیکی

پایستگی انرژی مکانیکی در سقوط آزاد



(الف)

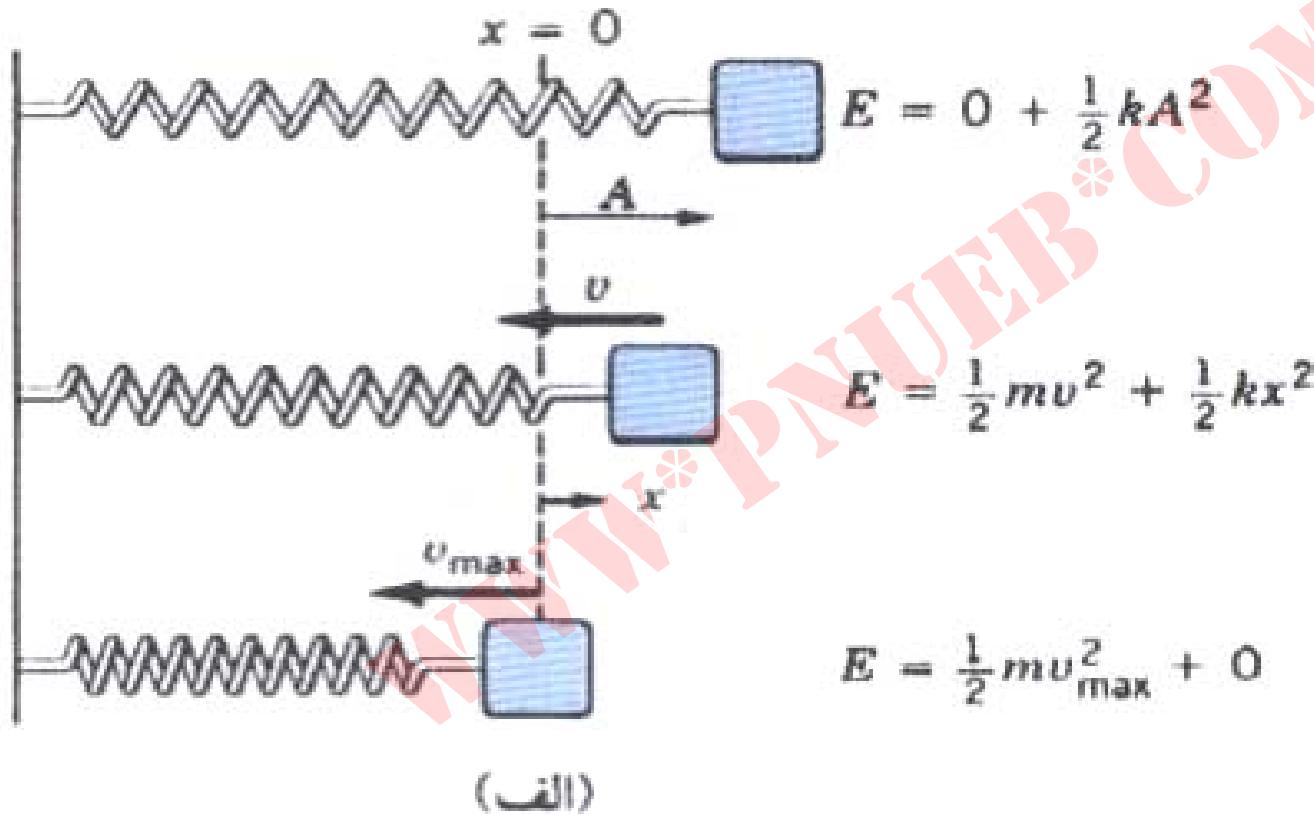


(ب)

(الف) جسمی از ارتفاع H سقوط می‌کند و در حین حرکت انرژی پتانسیل آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. (ب) انرژیهای پتانسیل و جنبشی بر حسب ارتفاع لایه صورت خطی تغییر می‌کنند اما مجموع این انرژیها در تمام لحظات ثابت می‌مانند.



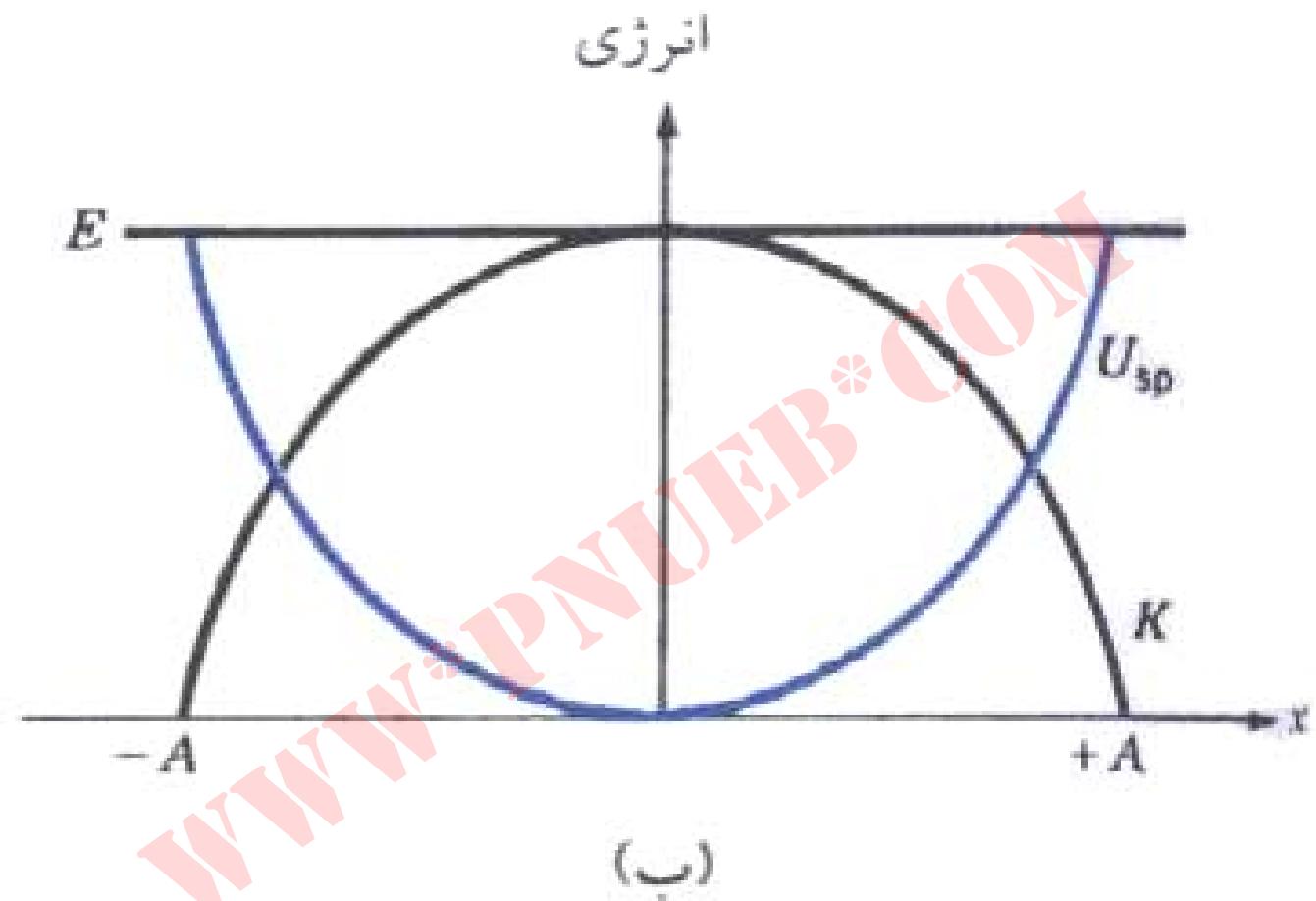
پایستگی انرژی مکانیکی در سیستم وزنه و فنر



(الف) در حداکثر انبساط فنر یعنی در $x=A$ ، انرژی سیستم برابر

است. در $x=0$ ، انرژی سیستم $E=\frac{1}{2}mv_{max}^2$ است.





(ب) تغییرات k و U با x انرژی

Payam Noor University Ebook

سبستم وزنه - فن در حین حرکت ($E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$) مقدار ثابتی است.

نکاتی درباره کاربرد پایستگی انرژی در حل مسائل:

۱. درحالت کلی ممکن است بیش از یک ذره در انرژی جنبشی سیستم سهیم باشد، و امکان دارد بیش از یک نوع انرژی پتانسیل (مثلًا هم پتانسیل گرانشی و هم پتانسیل فنر) در کار باشد.

۲. اگر اصل پایستگی انرژی مکانیکی را به صورت

$$Kf+Uf=ki+Ui$$

به کار می برد ، باید سطح مرجع پتانسیل ، (یعنی $U=^{\circ}$) را مشخص کنید. در مورد فنر همیشه مکان مرجع ($U_{S=^{\circ}}$) را در $X=^{\circ}$ بگیرید. در مورد پتانسیل ثقلی ، هر سطح مناسب مثلاً سطح زمین یا سطح میز را می توانید به عنوان سطح مرجع ($U_{g=^{\circ}}$) انتخاب کنید،

اما اگر این مرجع در پایین‌ترین سطح مطرح شده در مسئله انتخاب شود، خوبی‌اش این خواهد بود که همه مقادیر پتانسیل نسبت به آن مثبت خواهند بود. اگر هم با U_S و هم با U_g سروکار داشته باشیم، لزومی ندارد که سطح مرجع آنها یکی باشد.

اگر از شکل $\Delta K + \Delta U = 0$ استفاده می‌کنید، نیازی نیست که برای انرژی پتانسیل سطح مرجع در نظر بگیرید، چون در این شکل فقط تغییرات این انرژی مطرح است، اما باید مواظب باشید که علامت این تغییرات را درست تعیین کنید.

انرژی مکانیکی و نیروی ناپایستار

وقتی هم نیروی پایستار و هم نیروی ناپایستار
در سیستم داشته باشیم:

$$W_{\text{کل}} = W_c + W_{Nc} = \Delta k$$

$$W_c = -\Delta U$$

$$W_{Nc} = \Delta K + \Delta U$$

يا

$$\Delta E = E_f - E_i = W_{Nc}$$

Payam Noor University Ebook



كتابخانه الکترونیکی پیام نور

نیروی پایستار و قابع انرژی پتانسیل

در یک بعد:

$$dU = -F_c dx$$

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

به طور کلی ، هر مؤلفه یک نیروی

پایستار برابر با منفی مشتق تابع

انرژی پتانسیل در جهت همان محور است.

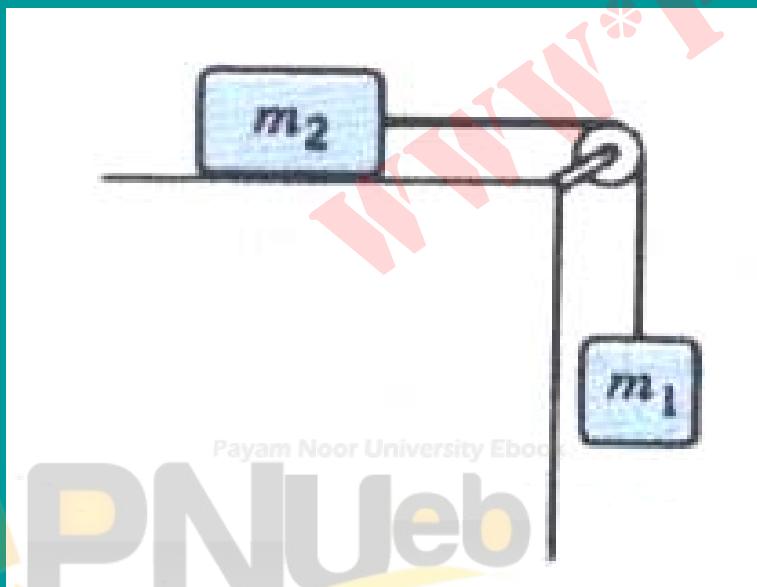
علامت منفی متنضم این معنی است

که نیرو در جهت کاهش انرژی پتانسیل است.

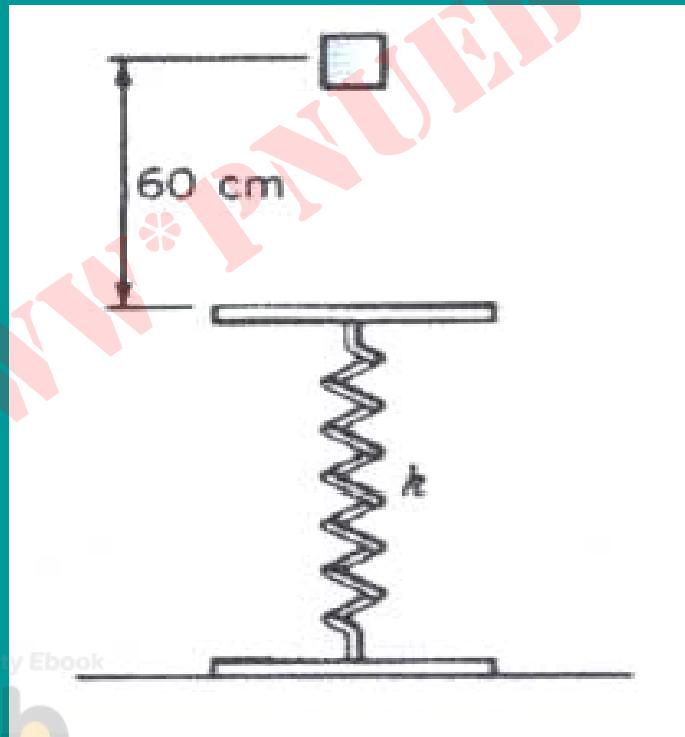
مسائل فصل هشتم

۱. در سیستمی که در شکل زیر نشان داده شده، $m_1 = 0.5 \text{ kg}$ و $m_2 = 1.5 \text{ kg}$ است. سطح افقی اصطکاک ندارد و جرم قرقره ناچیز است. اگر جرمها در ابتدا بی حرکت باشند، سرعت m_1 در لحظه‌ای که به اندازه

۶۰ cm سقوط کرده چقدر است؟

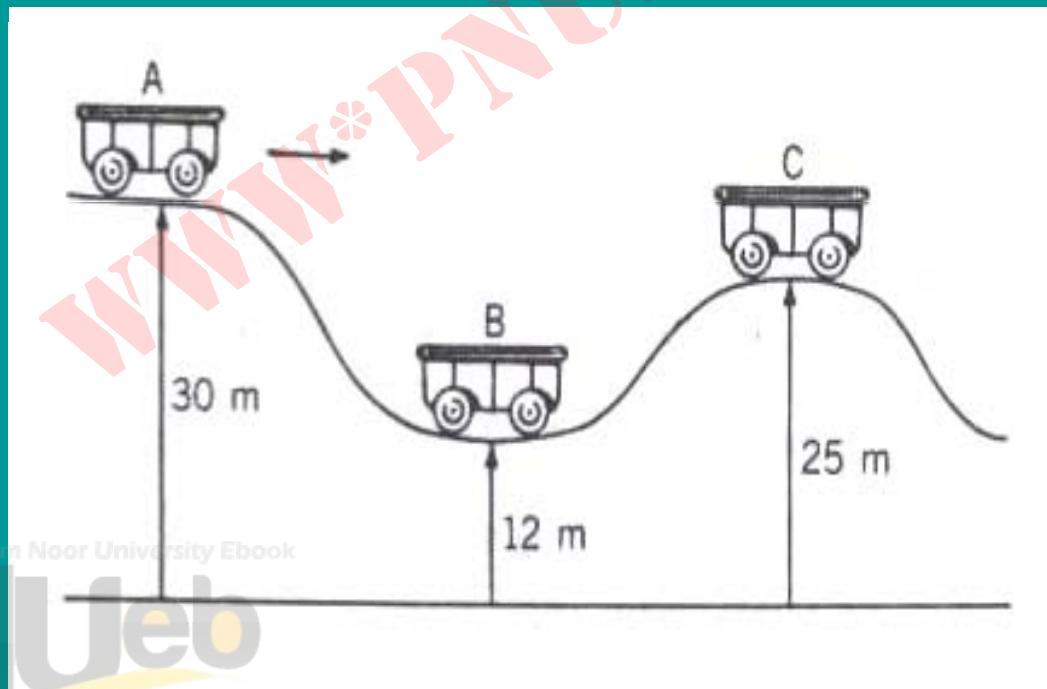


۱۲۰. سقوط می کند (شکل زیر). حداقل انقباض این فنر چقدر خواهد بود؟ (پیدا کردن جواب مستلزم حل یک معادله درجه دو است).

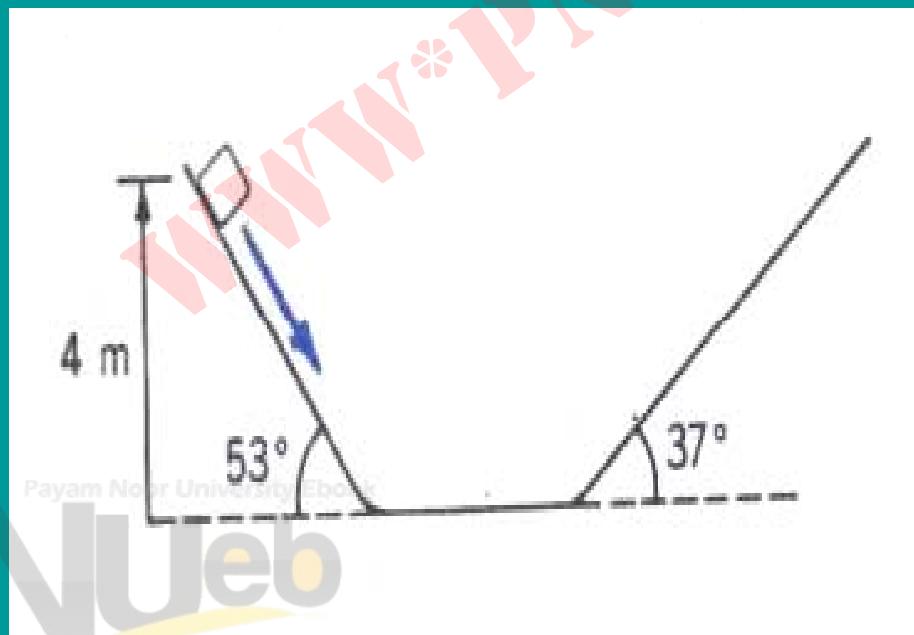


۳. در یک پارک تفریحی ارابه‌ای روی مسیری که در شکل زیر نشان داده شده است حرکت می‌کند. جرم ارابه و مسافران آن 600 kg است. سرعت ارابه در نقطه برابر با 12 m/s است.

فرض کنید اصطکاک ناچیز است، و سرعت این ارابه را در نقاط B و C پیدا کنید ارتفاع نقاط A و B و C از سطح زمین به ترتیب 30 m ، 12 m ، و 25 m است.

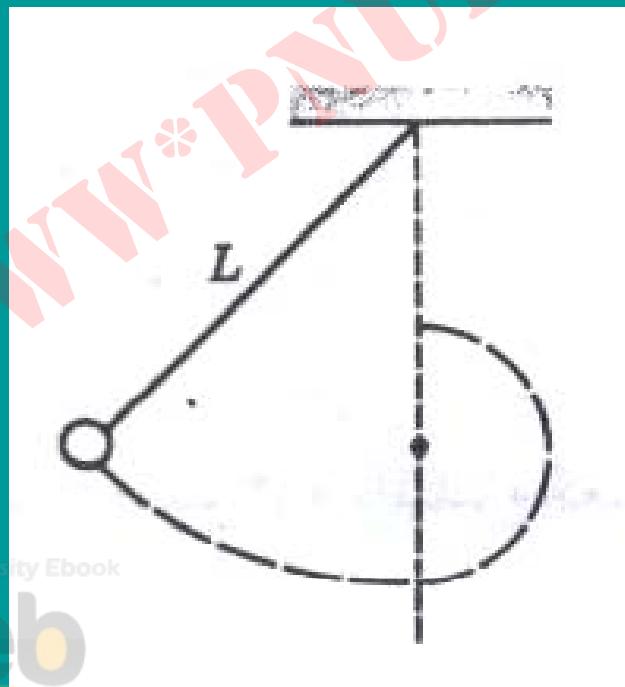


۴. در شکل زیر ، مکعبی به جرم 1 kg در ارتفاع 4 m از سطح زمین روی سطح شبیداری به زاویه 53° با سرعت 2 m/s در حال پایین آمدن است. این مکعب در پایین شیب یک مسیر افقی به طول 3 m را می‌پیماید و سپس از شیب 37° بالا می‌رود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی برای تمام قسمتهای مسیر 0.4 باشد ، مکعب تا چه ارتفاعی می‌تواند خودش را از شیب 37° بالا بکشد؟



۵. ذره‌ای تحت اثر نیروی ثابت $\vec{F} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$ از نقطه $z_1 + 5j$ به نقطه‌گی z طول تغییر می‌کند (نیخ و آبرانجیسیدنیو ترها می‌بینیم جایوقتی گهولتباوهنگ اپلیت).

تغییرات نشیار پتانسیل خود را با حلقه از قدر زیست نقطه آویز واقع شده است گیر می‌کند. نشان بدهید که کمترین مقدار y برای آنکه گلوله آونگ بتواند دایره کاملی را به دور میخ طی کند برابر با $\frac{3L}{5}$ است.



۷. در شکل زیر، قطعه‌ای به جرم m از ارتفاع H روی مسیر شیبدار بدون

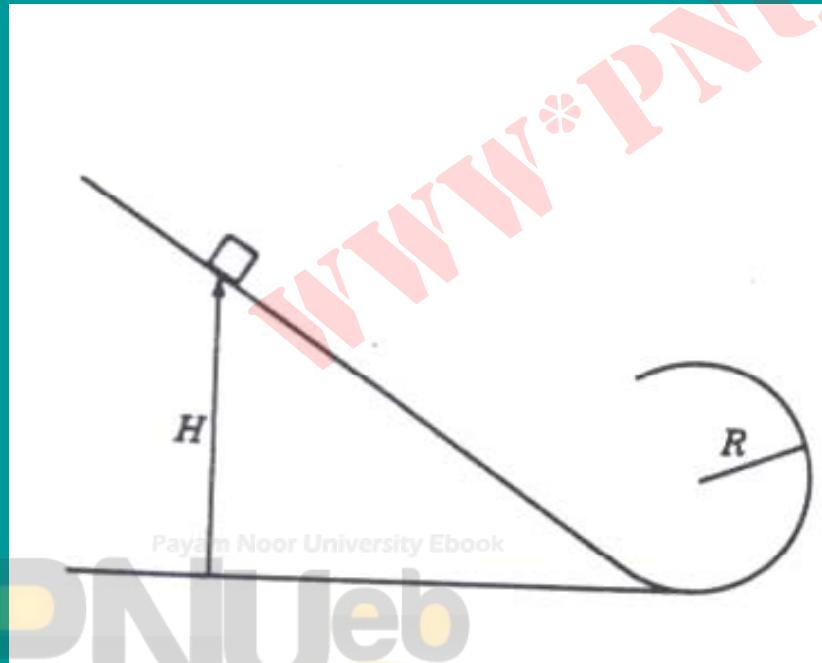
اصطکاکی می‌لغزد. این مسیر در انتهایش به صورت دایرة قائمی به شعاع

در می‌آید. (الف) حداقل H باید چقدر باشد تا قطعه در بالاترین نقطه

دایره از مسیر جدا نشود؟ (ب) اگر قطعه از ارتفاعی برابر با دو برابر این

ارتفاع حداقل، شروع به حرکت کند، نیرویی

طرف مسیر به آن وارد می‌شود چقدر است؟



Payam Noor University Ebook

۸. کودکی در آلاسکا از بالای یک کومه یخی به شکل نیمکره‌ای به شعاع R ، از حالت سکون شروع به لغزش می‌کند. فرض کنید اصطکاک ناچیز است. (الف) در چه زاویه‌ای، نسبت به خط قائم، تماس کودک با سطح قطع می‌شود. (یعنی از سطح جدا می‌شود؟) (ب) اگر اصطکاک وجود داشت آیا این قطع تماس در ارتفاع بیشتری اتفاق می‌افتد یا در ارتفاع کمتری؟

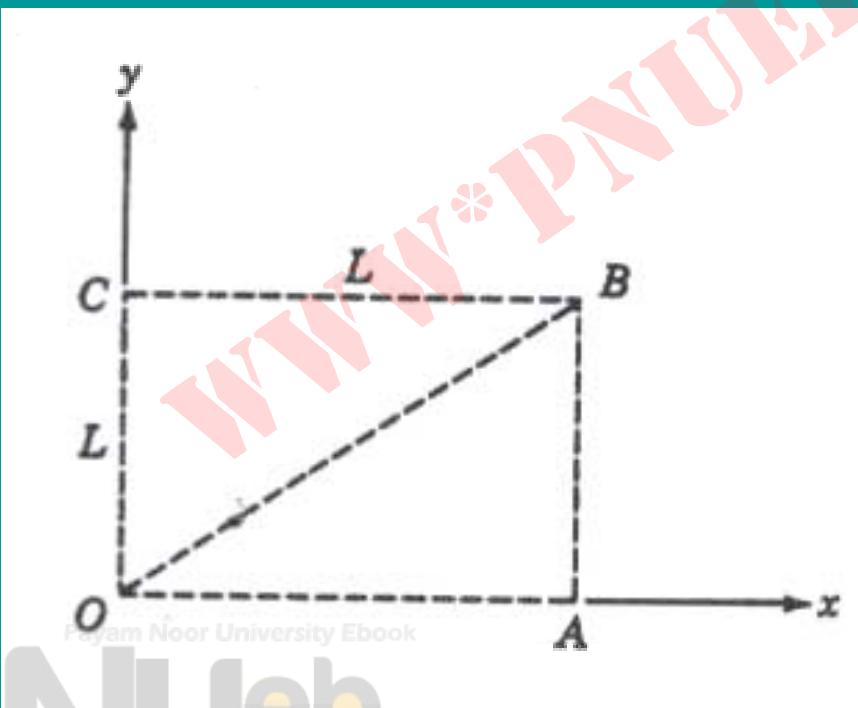


۹. نیرویی به صورت $\vec{F} = XY^2 \hat{i}$ تغییر کند. با توجه به شکل زیر ،

حاصل را از نقطه O تا نقطه B از طریق مسیرهای زیر محاسبه کنید:

(الف) OA و سپس AB ، (ب) OC و سپس CB ، آیا این نیرو پایستار

است؟



فصل نهم: تکانه خطی

هدف کلی

آشنایی با مفهوم تکانه خطی و اصل پایستگی تکانه خطی

مطالب این فصل:

- تکانه خطی
- پایستگی تکانه خطی
- برخورد الاستیک در یک بعد
- ضربه
- مقایسه تکانه خطی با انرژی جنبشی

تکانه خطی

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

صورت کلی قانون دوم

پایستگی تکانه خطی یک ذره در غیاب نیرو

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{ثابت}$$

پایستگی تکانه خطی در بروخورد

در بروخورد دو ذره:

$$\vec{F}_{21} = \frac{\vec{d} p_2}{dt}, \vec{F}_{12} = \frac{\vec{d} p_1}{dt}$$

$$\vec{\Delta P}_1 = \int_t^{\longrightarrow} \vec{F}_{12} dt = \vec{F}_{12} \Delta t$$

$$\vec{\Delta P}_2 = \int_t \vec{F}_{21} dr = \vec{F}_{21} \Delta t$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$\vec{\Delta P}_1 = -\vec{\Delta P}_2$$

$$\vec{\Delta P}_1 + \vec{\Delta P}_2 = 0$$

پایستگی تکانه خطی در غیاب نیروی خارجی

در برخورد دو ذره ، در حضور نیروهای خارجی :Fe

$$\vec{F}_{1e} + \vec{F}_{12} = \frac{dp_1}{dt} \quad (\text{برای } m_1)$$

$$\vec{F}_{2e} + \vec{F}_{21} = \frac{dp_2}{dt} \quad (\text{برای } m_2)$$

اگر این معادلات را جمع کنیم:

$$(\vec{F}_{1e} + \vec{F}_{2e}) = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{P}_1 + \vec{P}_2)$$

$$\sum \vec{F}_{iE} = \frac{d}{dt} \sum \vec{P}_i$$

يعني

یا (برای هر سیستمی با هر تعداد ذره)

$$\vec{F}_{Ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



انواع برخورد

تکانه خطی و انرژی جنبشی سیستم ثابت می‌ماند.

الاستیک

فقط تکانه خطی سیستم ثابت می‌ماند.

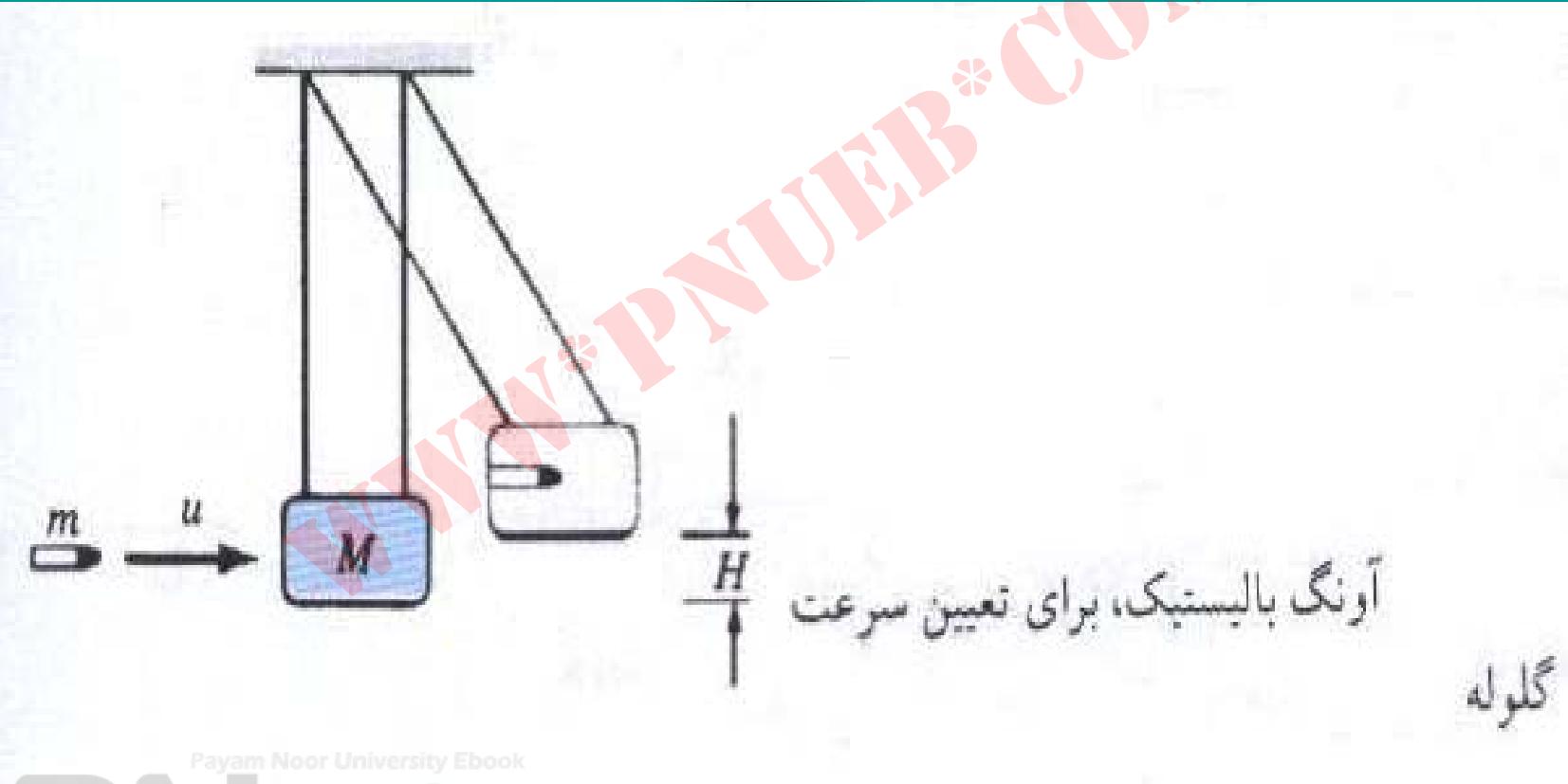
غير الاستیک

- در برخورد غيرالاستیک ، انرژی جنبشی کل ذرات تغییر می‌کند. مقداری از انرژی جنبشی صرف تغییر شکل یا ساختار داخلي می‌شود

Payam Noor University Ebook

- در برخورد کاملاً غيرالاستیک دو جسم کاملاً به هم جفت می‌شوند یا می‌چسبند.

آونگ بالستیک



آونگ بالستیک، برای تعیین سرعت

گلوله

Payam Noor University Ebook

PNueb

کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

مرحله اول : برخورد کاملاً غیر الاستیک

$$mu = (m+M)V$$

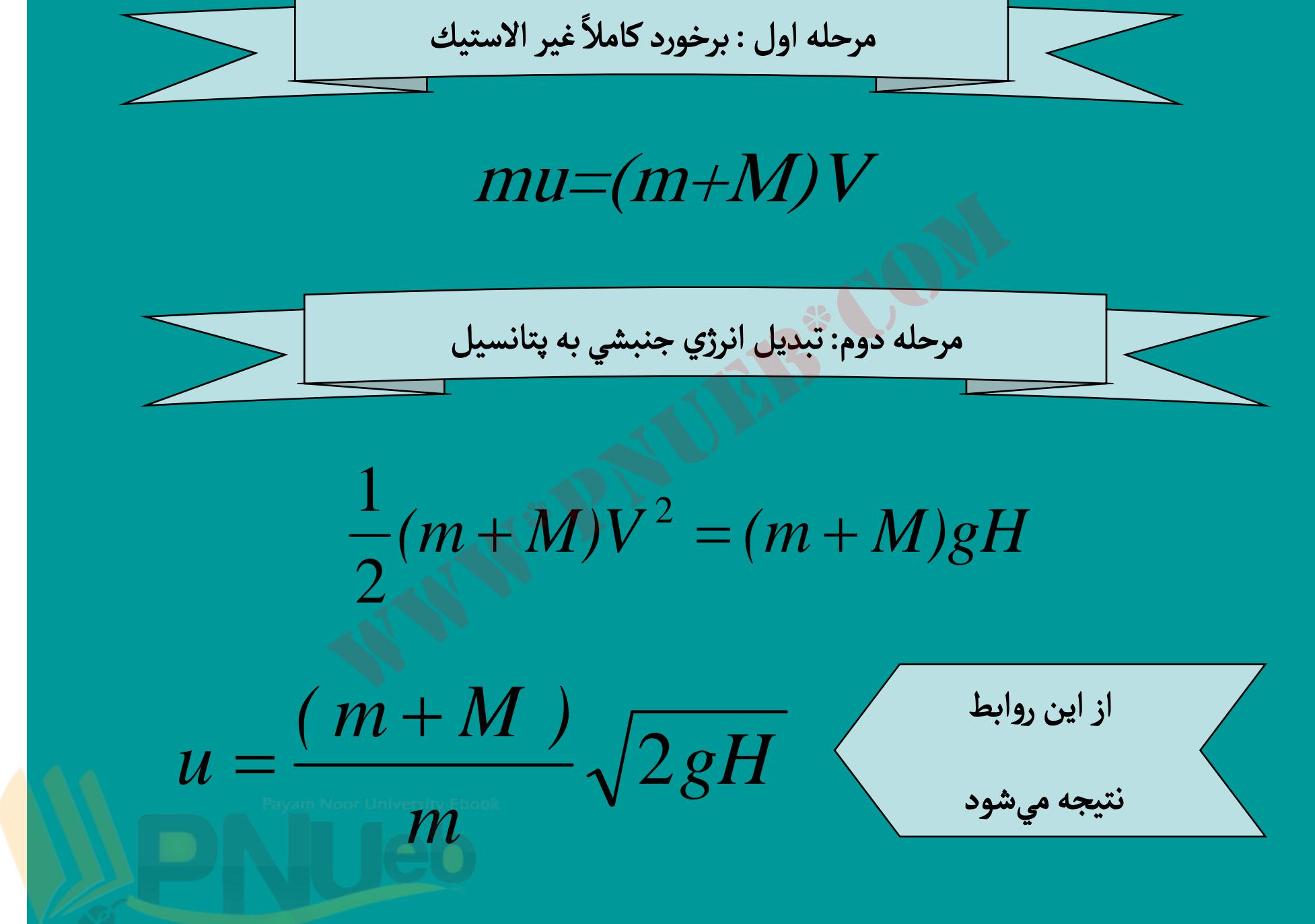
مرحله دوم: تبدیل انرژی جنبشی به پتانسیل

$$\frac{1}{2}(m+M)V^2 = (m+M)gH$$

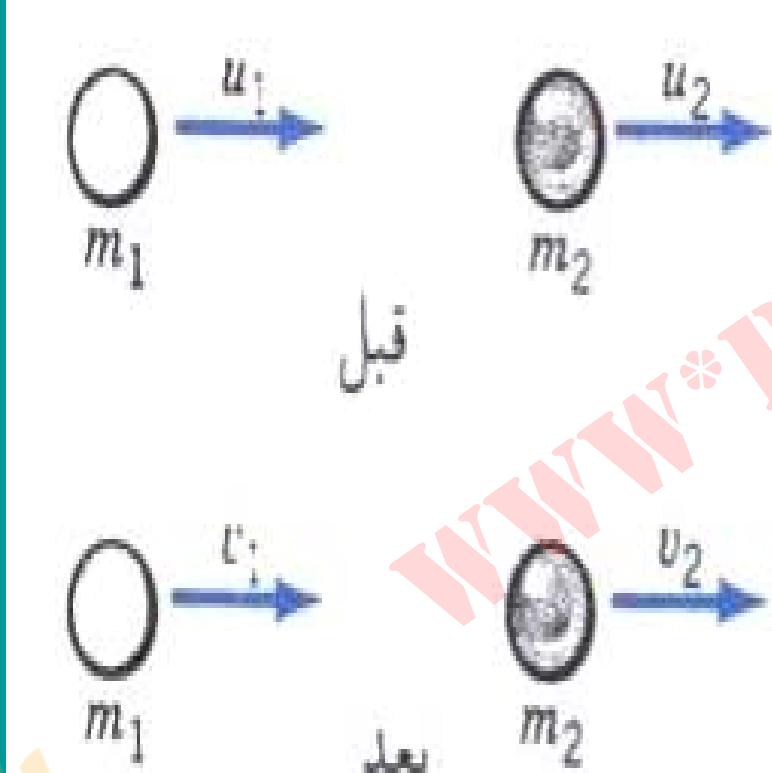
$$u = \frac{(m+M)}{m} \sqrt{2gH}$$

از این روابط

نتیجه می شود



برخورد الاستیک در یک بعد



برخورد الاستیک دو گلوله در یک
بعد. همه مراجعها را در یک راستا گرفته ایم تا
تحلیل مسئله ساده نر شود.

Payam Noor University Ebook

PNUeb

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$m_1(u_1 - u_1) = m_2(v_2 - u_2)$$

$$m_1(u_1^2 - u_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2)$$

از روابط فوق

نتیجه می شود

$$v_2 - v_1 = -(u_2 - u_1)$$

در برخورد الاستیک یک بعدی ، سرعت نسبی ذرات (قبل و بعد از برخورد) از لحاظ مقدار تغییری نمی کند ولی از لحاظ جهت معکوس می شود.

حالت خاص: جرم‌های برابر $m_1 = m_2 = m$

$$\begin{cases} u_1 + u_2 = v_1 + v_2 \\ u_1 - u_2 = -v_1 + v_2 \end{cases}$$

(تکانه) (سرعت نسبی)

و نتیجه می‌شود که

$$v_1 = u_2 \text{ و } v_2 = u_1$$

در واقع دو جسم در برخورد سرعت‌هایشان را با هم عوض می‌کنند.

جرم‌های نامساوی و هدف ساکن ($\mathbf{u} = \mathbf{0}$)

در این صورت داریم:

$$\begin{cases} m_1 u_1 = m_2 v_1 + m_2 v_2 & \text{(تکانه)} \\ v_2 - v_1 = u_1 & \text{(سرعت نسبی)} \end{cases}$$

با استفاده از این معادلات می توانیم سرعتهای نهایی را بر حسب u_1 پیدا کنیم.

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

ضربه

ضربه وارد بر يك ذره ، طبق تعريف ، برابر با تغيير تکانه خطی آن ذره است:

$$\vec{I} = \Delta \vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_i$$

بنابراین ، ضربه (I) هم يك كمیت برداری است و با همان يکای تکانه خطی ، يعني $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}$ اندازه‌گیری می‌شود. توجه کنید که ضربه همیشه در جهت تغییر تکانه است.

و چون

$$\vec{F} \cdot \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$$

پس

$$\vec{I} = \Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t$$

یعنی در یک ضربه هر چه زمان برخورد کوتاهتر باشد نیروی بیشتری به جسم اثر می‌کند.

تکانه خطی و انرژی جنبشی

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t$$

$$\Delta k = F \Delta x$$

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$F = \frac{\Delta k}{\Delta x}$$

يعني نیرو به عبارتی آهنگ تغییر تکانه خطی نسبت به زمان است و ، به عبارتی دیگر ، آهنگ تغییر انرژی جنبشی نسبت به مکان ، اگر نیرو ثابت نباشد ، از این دو عبارت مقادیر متفاوتی برای «متوسط» نیرو به دست می آید ، چون یکی میانگین زمانی است و دیگری میانگین مکانی .

مسائل فصل نهم

۱. یک گلوله ۲۰ گرمی و یک دونده ۶۰ کیلوگرمی را در نظر بگیرید.

(الف) اگر تکانه آنها مساوی باشد ، نسبت انرژیهای جنبشی شان چقدر است ؟

(ب) اگر انرژی جنبشی آنها برابر باشد ، نسبت تکانه هایشان چقدر است ؟

۲. یک جسم ۱۰ کیلوگرمی که سرعت m/s در حرکت است

ناگهان منفجر و به دو قطعه مساوی تقسیم می شود. یکی از قطعه ها با

۳. جسمی به جرم $m_1 = 2 \text{ kg}$ که با سرعت u_1 در حرکت است با جسم

ساکنی به جرم $m_2 = 3 \text{ kg}$ به طور کاملاً غیرالاستیک برخورد می‌کند؛ این

برخورد یک بعدی است. اگر J انرژی جنبشی در این برخورد تلف شده

باشد، u_1 چقدر است؟

۴. یک وانت به جرم 1500 kg که با سرعت 20 m/s در حرکت است از

عقب به یک سواری به جرم 1000 kg که پشت چراغ قرمز متوقف شده

است می‌زند. اتومبیل‌ها در هم گیر می‌کند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی

میان لاستیک و آسفالت 5° باشد تعیین کنید که این مجموعه (با

چرخهای قفل شده) چقدر روی زمین کشیده می‌شود؟ فرض کنید سرعت

مجموعه در همان امتداد سرعت اولیه وانت است.

۵. گلوله‌ای به جرم 15g به طور افقی به یک مکعب چوبی به جرم 2kg که در انتهای سیمی به طور $2m$ را آویزان شده است شلیک می‌شود و در آن فرو می‌رود. پس از برخورد ، مکعب به حرکت در می‌آید و سیم تا 20° از امتداد قائم منحرف می‌شود. (الف) سرعت اولیه گلوله ، و (ب) درصد اتلاف انرژی جنبشی را حساب کنید.

۶. گلوله آونگی به جرم m از ارتفاع H ، نسبت به پایین‌ترین وضعیتش ، رها می‌شود و در پایین‌ترین نقطه مسیر با گلوله ساکن آونگ دیگری به جرم $2m$ برخورد می‌کند. طول نخ آونگ‌ها مساوی است. (الف) اگر برخورد کاملاً غیرالاستیک باشد ، مجموعه گلوله‌ها تا چه ارتفاعی بالا می‌رود ؟ (ب) اگر برخورد صددرصد الاستیک فرض شود ، هر یک از گلوله‌ها تا چه ارتفاعی بالا می‌رود ؟

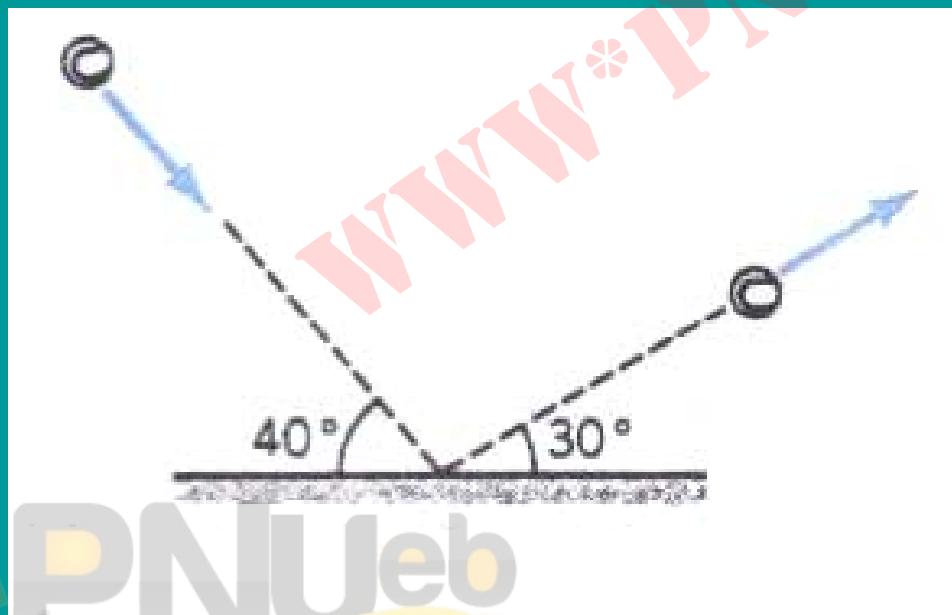
۷. یک گلوله ۱۰ گرمی با سرعت 400 m/s به یک قالب چوبی شلیک

می‌شود و با سرعت 100 m/s از طرف دیگر قالب بیرون می‌آید. اگر گلوله به مدت 5s در قالب در حرکت بوده باشد، چه نیروی متوسطی به آن وارد کرده است؟

۸. یک توب تنیس به جرم 60 g با سرعت 25 m/s تحت زاویه 40° نسبت

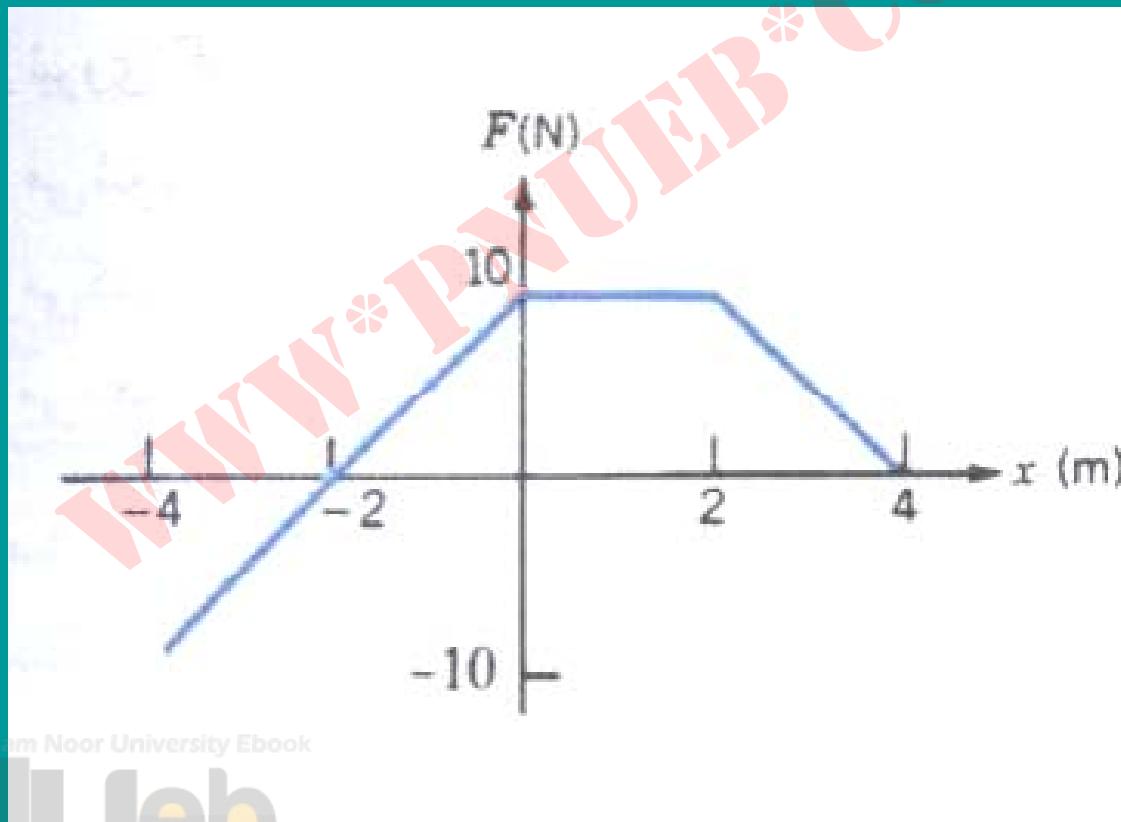
به افق به زمین می‌خورد و با سرعت 20 m/s تحت زاویه 30° نسبت به افق وامي جهد (نگاه کنید به شکل زیر). (الف) ضربة وارد بر توب را پیدا کنید.

(ب) به فرض انکه این برخورد 5 ms طول کشیده باشد، نیروی متوسط وارد بر توب را پیدا کنید.



۹. از منحنی F بر حسب t در شکل زیر، کمیتهای زیر را حساب کنید:

(الف) ضربه، و (ب) نیروی متوسط.



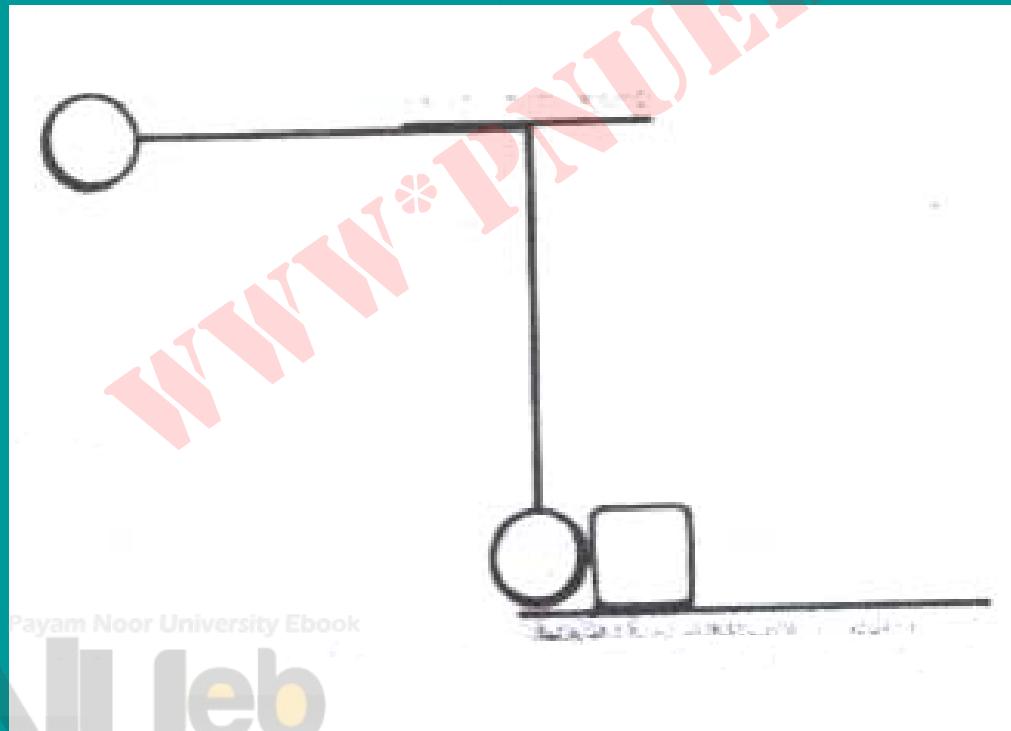
۱۰. دو ذره به جرم‌های m_1 و m_2 با سرعت‌های U_1 و U_2 از روی رو باهم

برخورد می‌کنند و به هم می‌چسبند. نشان بدهید که اتلاف انرژی در این

برخورد برابر است با

$$\frac{m_1 m_2 (u_1 + u_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

۱۱. آونگی که جرم گلوله اش $g = ۵۰۰$ و طول نخ آن $1m$ است از وضعیت افقی رها می شود (شکل زیر) و با مکعبی به جرم M که روی سطح بدون اصطکاکی قرار گرفته است به طور الاستیک برخورد می کند. گلوله آونگ پس از برخورد تا چه ارتفاعی بالا می رود ، در صورتی که (الف) $M = ۲۵kg$ و (ب) $M = ۲۰۰g$ باشد ؟



فصل دهم: سیستم ذرات

هدف کلی

آشنایی با مفهوم مرکز جرم و کاربرد معادلات حرکت در مورد سیستم‌های ذرات و اجسام صلب.

مطلوب این فصل:

- مرکز جرم
- مرکز جرم اجسام
- حرکت مرکز جرم
- انرژی جنبشی سیستم ذرات

مرکز جرم (سیستم متشکل از ذرات)

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}$$

$$\rho_{CM} = \frac{\sum m_i \rho_i}{M}$$

که در آن $M = \sum m_i$ جرم کل سیستم است. مؤلفه‌های رابطه بالا عبارتند از

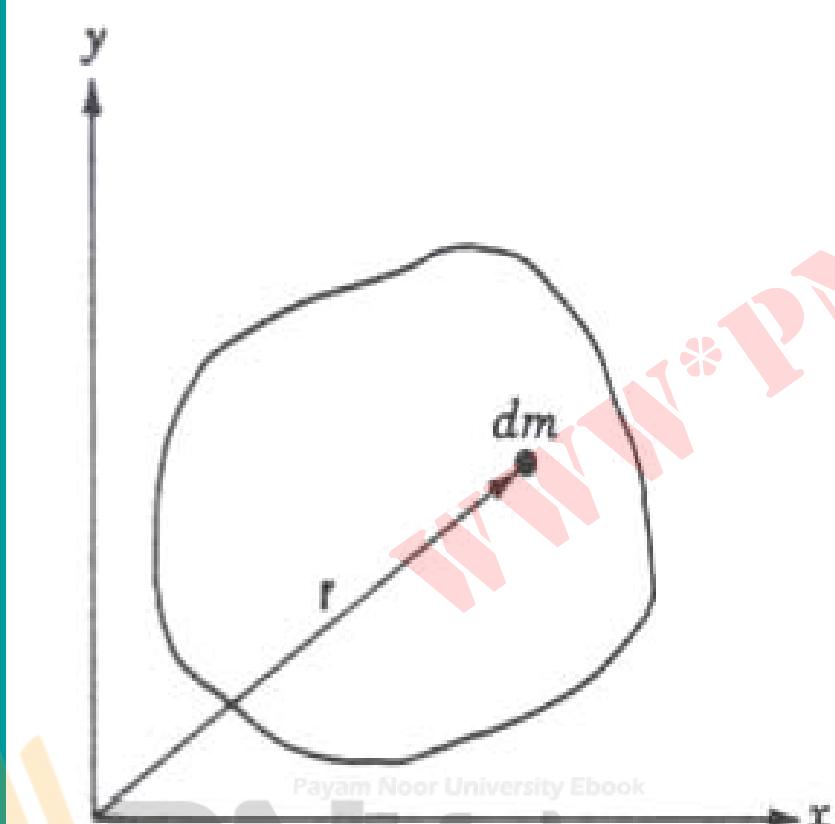
$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{M},$$

$$y_{CM} = \frac{\sum m_i y_i}{M},$$

$$z_{CM} = \frac{\sum m_i z_i}{M}$$

مرکز جرم در واقع نوعی «مکان میانگین» اجزای سیستم است.

مرکز جرم اجسام جامد



شکل ۷. برای پیدا کردن مرکز جرم بکسبستم پیوسته باید سهم همه عناصر dm را که تعدادشان بینهاشت زیاد است به حساب بیاوریم. یعنی باید از این سهمها روی تمام جسم انگرال بگیریم.



$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$
$$x_{CM} = \frac{1}{M} \int x dm$$
$$y_{CM} = \frac{1}{M} \int y dm ,$$
$$z_{CM} = \frac{1}{M} \int z dm$$

حرکت مرکز جرم

$$\rho_{CM} = \frac{\sum m_i \rho_i}{M}$$

$$\rho_{v_{CM}} = \frac{\sum m_i v_i}{M}$$

$$M v_{CM} = \sum m_i v_i = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \Lambda + m_N v_N$$

$$P = M v_{CM}^{\rho}$$

يعني تکانه کل سیستم معادل است با تکانه تک ذره ای

(فرضی) به جرم M که با سرعت v_{CM}^{ρ} در حرکت باشد.

$$\frac{d}{dt}(M v_{CM}^{\rho}) = \frac{d}{dt} \sum m_i v_i^{\rho}$$

$$M \dot{v}_{CM}^{\rho} = \sum m_i \dot{v}_i^{\rho} = \sum F_i^{\rho}$$

$$\sum F_i = F_{Ext}$$

$$F_{Ext} = M \ddot{a}_{CM}$$

یعنی مرکز جرم سیستم طوری شتاب می‌گیرد که انگار تک ذره‌ای

(فرضی) به جرم M در مرکز جرم قرار گرفته است و برایند نیروهای

خارجی در همین نقطه به آن اثر می‌کند.

$$\rho_{F_{Ext}} = \frac{dp}{dt}$$

$$\rho_{F_{Ext}} = 0 \Rightarrow v_{CM} = \text{ثابت}$$

یعنی اگر برایند نیروهای خارجی وارد بر سیستم صفر باشد ، سرعت مرکز جرم آن سیستم ثابت می ماند. این همان قانون اول نیوتون در مورد سیستمی از ذرات است.

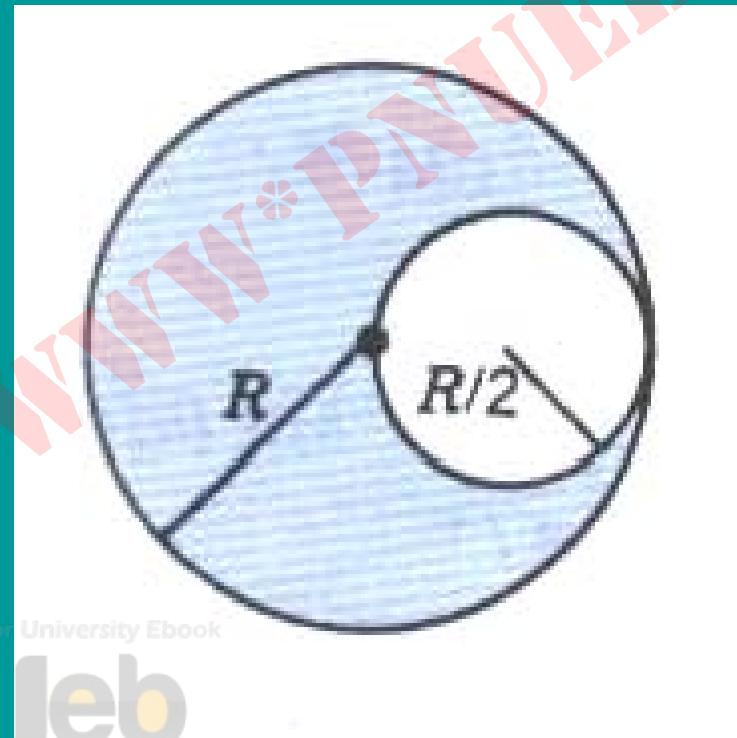
مسائل فصل دهم

۱. یک چوب ماهیگیری از اتصال سه میله یکنواخت، هر یک به طول 10 cm ساخته شده است. جرم میله‌ها به ترتیب 10 g ، 20 g ، 30 g است. مرکز جرم چوب را نسبت به انتهای میله 30 g می‌پیدا کنید.

۲. قرص یکنواختی به شعاع R ، سوراخی به شعاع $\frac{R}{2}$ (مطابق شکل زیر)

دارد. مرکز جرم این جسم را نسبت به مرکز قرص اصلی پیدا کنید.

(راهنمایی: سوراخ را می‌توانید مثل شیئی با جرم منفی در نظر بگیرید).



۳. در یک سیستم دو جسمی ، $m_2=6\text{ kg}$ و $m_1=2\text{ kg}$ است. سرعتهای این

$$\vec{U}_2 = -3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} \quad \text{و} \quad \vec{U}_1 = 5\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

اجسام عبارت اند

از که یکای آنها m/s است. (الف) سرعت مرکز جرم سیستم ،

و (ب) تکانه خطی کل سیستم را به دست بیاورید.

۴. از بالای صخره‌ای به ارتفاع $m = 100$ ، گلوله‌ای به جرم $kg = 6$ با سرعت اولیه $m/s = 50$ تحت زاویه 53° بالای افق پرتاب می‌شود. این گلوله در نقطه‌ای از مسیرش منجر و دو تکه می‌شود. تکه 4 کیلوگرمی به فاصله $m = 200$ از پایی صخره به زمین اصابت می‌کند. با این فرض که هر دو تکه همزمان به زمین می‌رسند ، محل فرود تکه دوم را پیدا کنید. (G برابر با $10 m/s^2$ بگیرید).

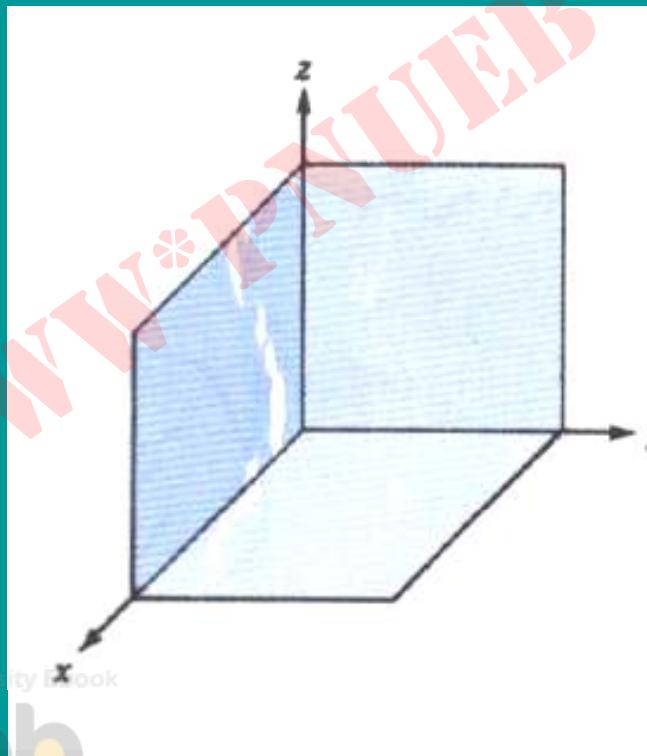
۵. ذره‌ای به جرم $m_1 = 8\text{ kg}$ با سرعت $v_1 = 3\text{ m/s}$ و ذره‌ای دیگری به جرم $m_2 = 12\text{ kg}$ با سرعت $v_2 = 5\text{ m/s}$ دلار حرکت است. (الف) سرعت مرکز جرم را پیدا کنید. (ب) سرعت هر یک از ذرات را نسبت به مرکز جرم تعیین کنید.
(ج) انرژی جنبشی کل سیستم چقدر است؟ (د) انرژی جنبشی حرکت مرکز جرم را حساب کنید (ه) انرژی جنبشی سیستم نسبت به مرکز جرم چقدر است؟

۶. دو نفر ، هر یک به جرم 50 kg ، در دو انتهای سکوی یکنواختی به جرم 25 kg و به طول $2m$ که با سرعت 2 m/s در حرکت است قرار گرفته‌اند. آنکه (نسبت به جهت حرکت سکو) در عقب است گلوله‌ای به جرم 5 kg را با سرعت 4 m/s نسبت به خودش ، به طرف جلو می‌غلتاند. (الف) سرعت سکو در حین غلتش گلوله چقدر است؟ (ب) تا وقتی که نفر جلویی گلوله را بگیرد سکو چقدر حرکت کرده است؟ (ج) در همین مدت ، مرکز جرم کل سیستم چقدر حرکت کرده است؟

۷. از جعبه مکعب شکلی به ضلع L ، سه وجهاش را برداشته‌ایم. وجوه

باقي مانده به ترتیب در صفحات ZX ، XY و YZ واقع‌اند. (نگاه کنید به شکل

زیر). محل مرکز جرم این جسم را پیدا کنید.



فصل یازدهم: دوران جسم صلب حول محور ثابت

هدف کلی

- آشنایی با سینماتیک و دینامیک حرکت دورانی حول محور ثابت

مطالب این فصل:

- سینماتیک دوران
- انرژی جنبشی دورانی و لختی دورانی
- لختی دورانی اجسام پیوسته
- پایستگی انرژی مکانیکی (شامل انرژی دورانی)
- گشتاور
- دینامیک دورانی جسم صلب (محور ثابت)
- کار و توان

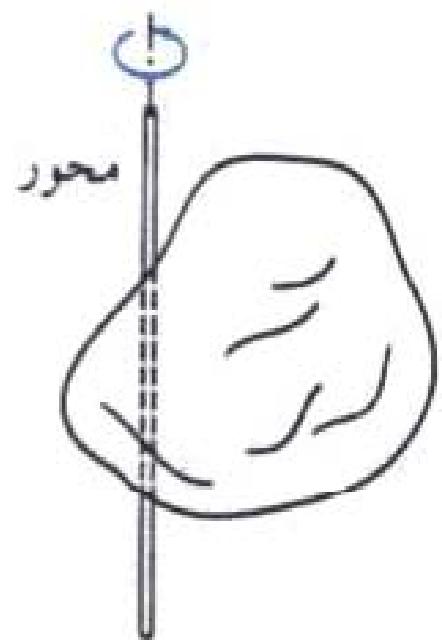
منظور از "محور ثابت" به طور کلی محوري است که
نسبت به جسم ثابت و جهتش هم نسبت به یک
چارچوب لخت در فضا ثابت باشد.

چنین محوري ممکن است:

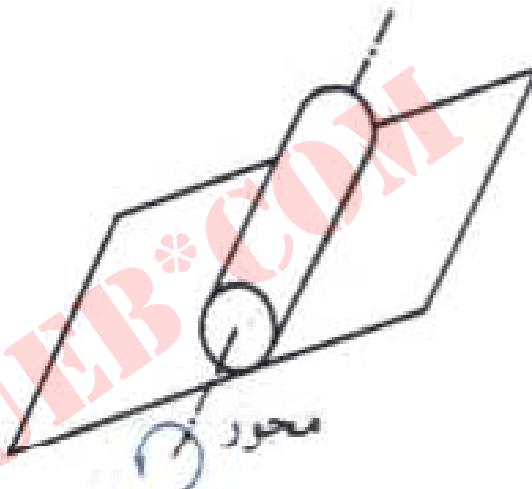


الف) مکانش در یک چارچوب لخت ثابت باشد ، که در این صورت جسم حرکت دورانی خالص خواهد داشت (مثل چرخش قرقره ثابت).

ب) به موازات خودش در فضا حرکت کند ، که در این صورت جسم تواماً حرکت دورانی و انتقالی خواهد داشت (مثل غلتش چرخ).



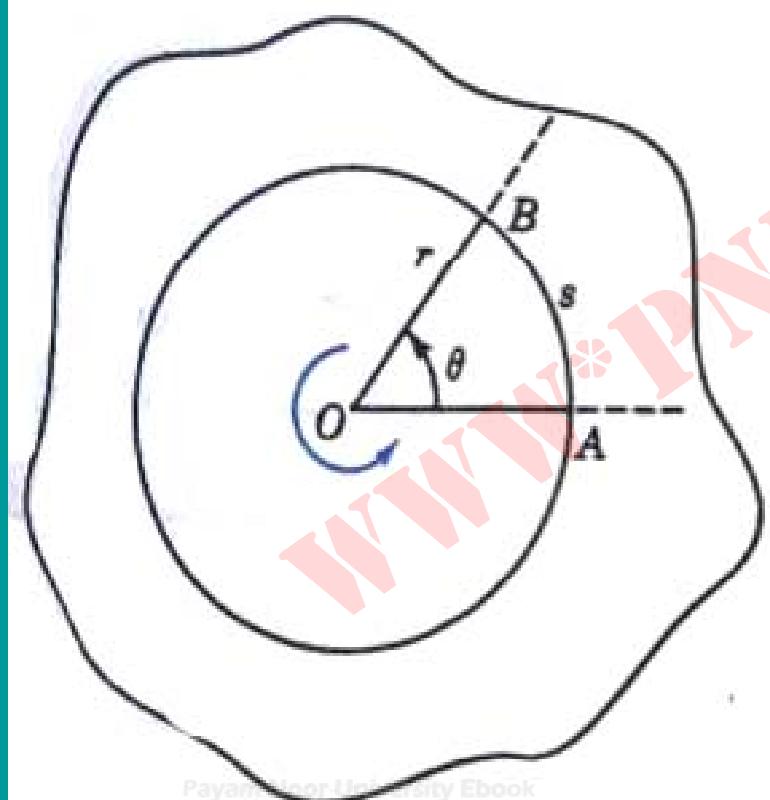
(الف)



(ب)

(الف) مکان و راستای محور دوران ثابت است (ب) فقط راستای محور ثابت است.

سینماتیک دوران



رفتی جسم حول محور ثابت
گذرنده از O دوران می‌کند، مسیر هر ذره اش
دایره است.

$$\theta = s / r$$

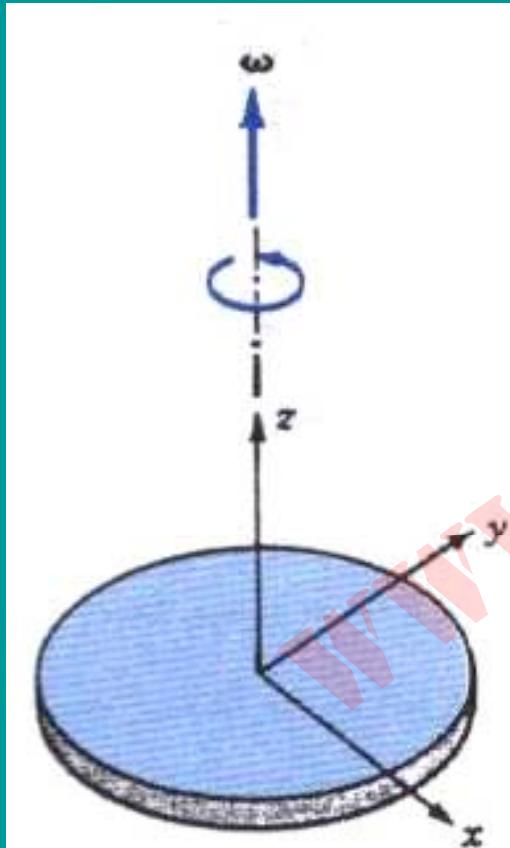
جابجایی زاویه‌ای

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i}$$

سرعت زاویه‌ای متوسط

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای



- بسکی در صفحه xy حول محور z در جهت پاد ساعتگرد می‌چرخد، جهت $\vec{\omega}$ نشان داده شده است.

$$f = \frac{1}{T}$$

بساط

بساط زاویه‌ای

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Payam Noor University Ebook



کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

حرکت دورانی

شتاب زاویه‌ای متوسط

شتاب زاویه‌ای لحظه‌ای

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta f}$$

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

دوران با شتاب زاویه‌ای ثابت

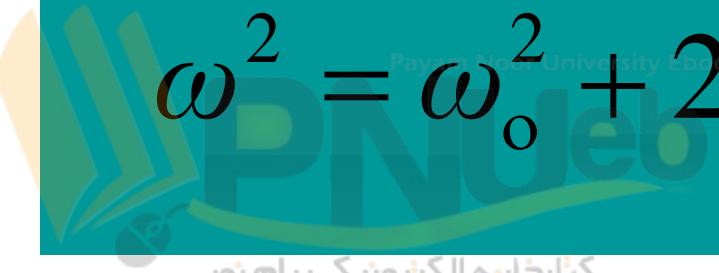
$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \alpha dt$$

$$\omega - \omega_0 = \alpha t$$

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t \omega dt$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$



معادلات سینماتیک

دورانی

خطی

$$\omega = \omega_0 + at$$

$$v = v_0 + at$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha(x - x_0)$$

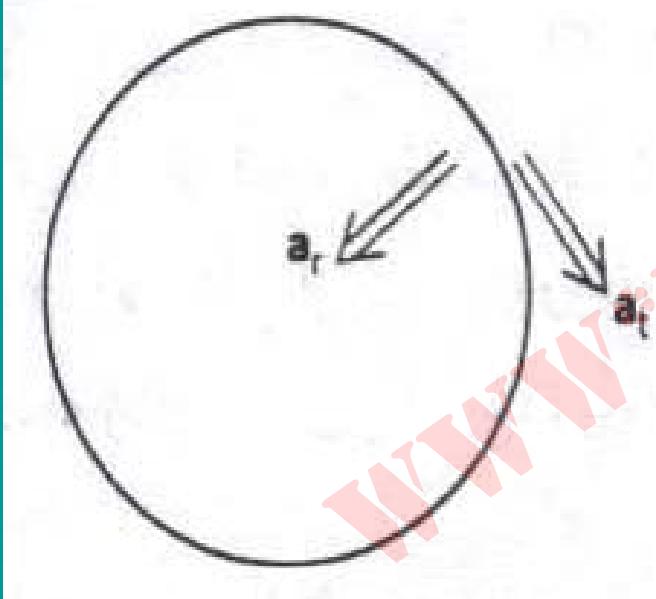
رابطه کمیت‌های سینماتیکی خطی و دورانی

$$s = r \theta$$

$$v^* = r \omega$$

$$a = r \alpha$$

حرکت دورانی نایکنواخت



وقتی ذرهای شتاب زاویه‌ای داشته باشند، شتاب خطی اش دو مزلفهٔ شعاعی و معاسی دارد.

$$a_t = r\alpha$$

شتاب مماسی (خطی)

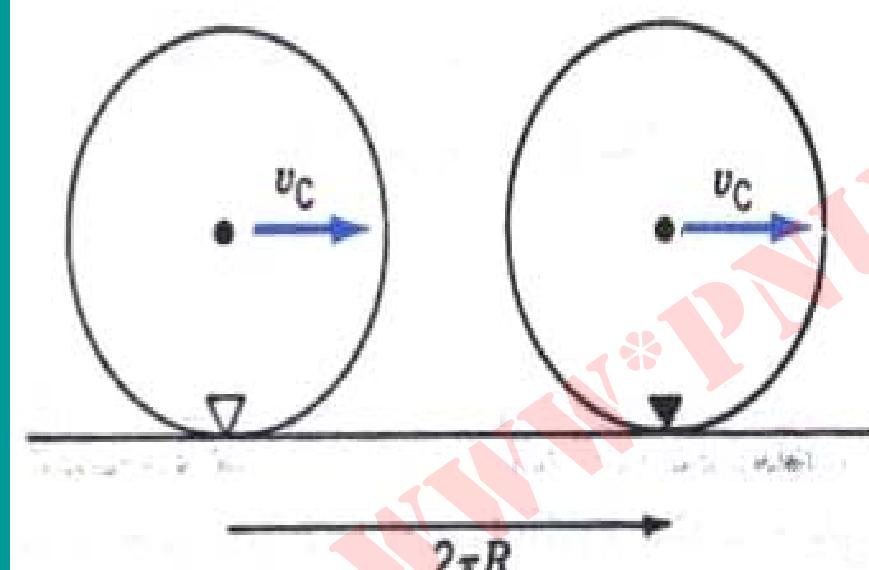
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

شتاب مرکزگرا

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

غلتش



دفعی چرخی به شعاع R بدون لغزش می‌غلند، سرعت مرکز چرخ از $V_c = \omega R$ به دست می‌آید که در آن ω سرعت زاویه‌ای است.

$$\left\{ \begin{array}{l} V_c = \frac{2\pi R}{T} = \omega R \\ V_t = \omega R \end{array} \right.$$

سرعت مرکز چرخ

سرعت لبه نسبت به مرکز

$$\Rightarrow V_c = V_t = \omega R$$

غلتیش ترکیبی است از انتقال مرکز چرخ و دوران حول
مرکز چرخ. پس حرکت به نقطه واقع بر لبه عبارت
است از

$$\vec{V} = \vec{V}_c + \vec{V}_T$$

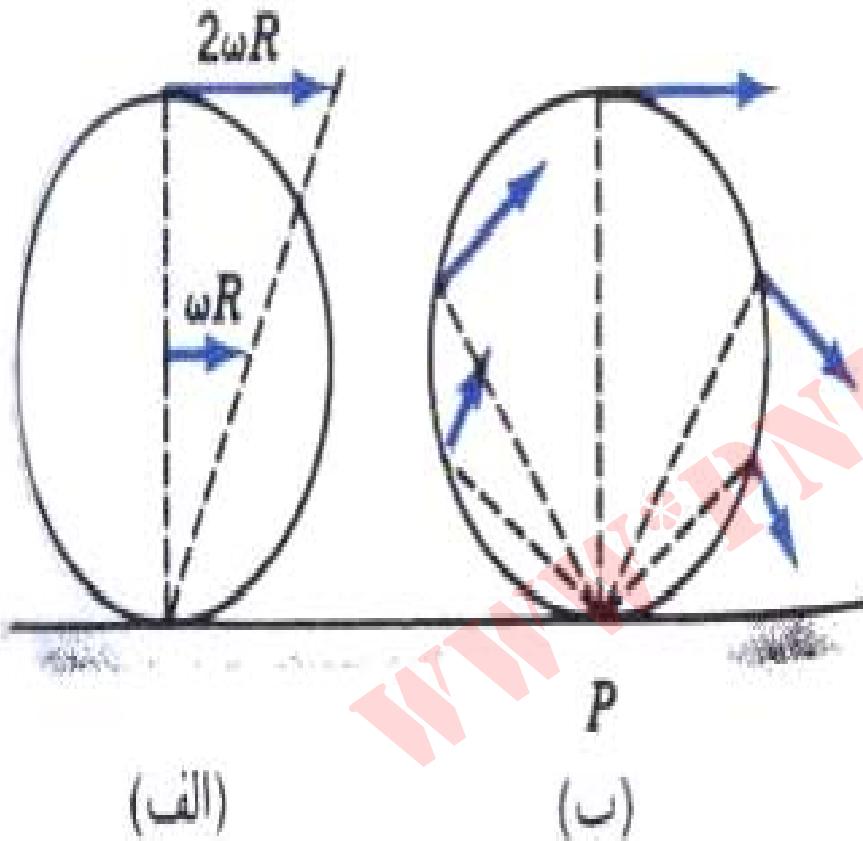
$$v = \omega R = +\omega R = 2\omega R$$

سرعت مرکز چرخ

$$v = \omega R + o = \omega R$$

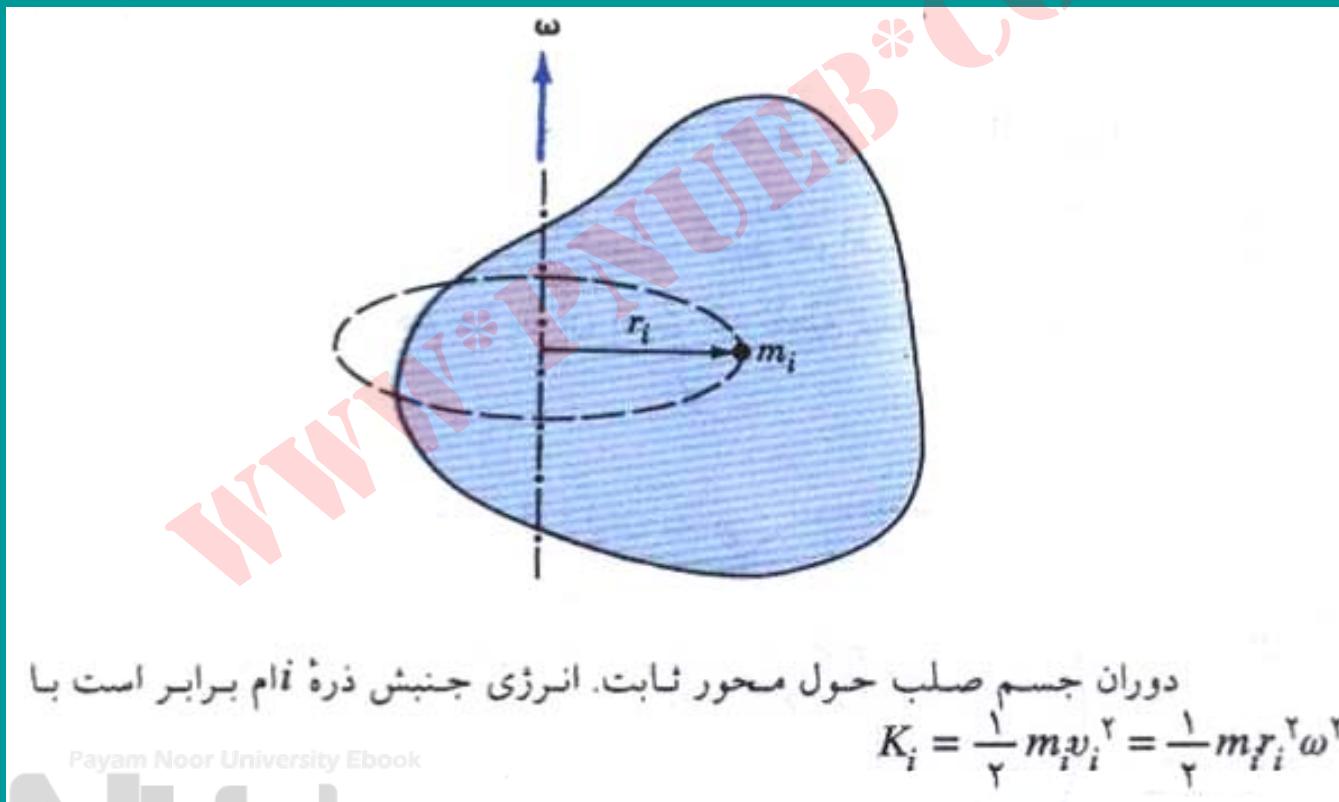
سرعت نقطه تماس با زمین

$$v = \omega R - \omega R = 0$$



وفني جرخي بدون لغزش می غلند.
نقطه نعاس با زمين به طور لحظه اي ساكن
است و مثل يك مرکز لحظه اي دوران عمل
مي كند.

انرژی جنبشی دورانی و لختی دورانی



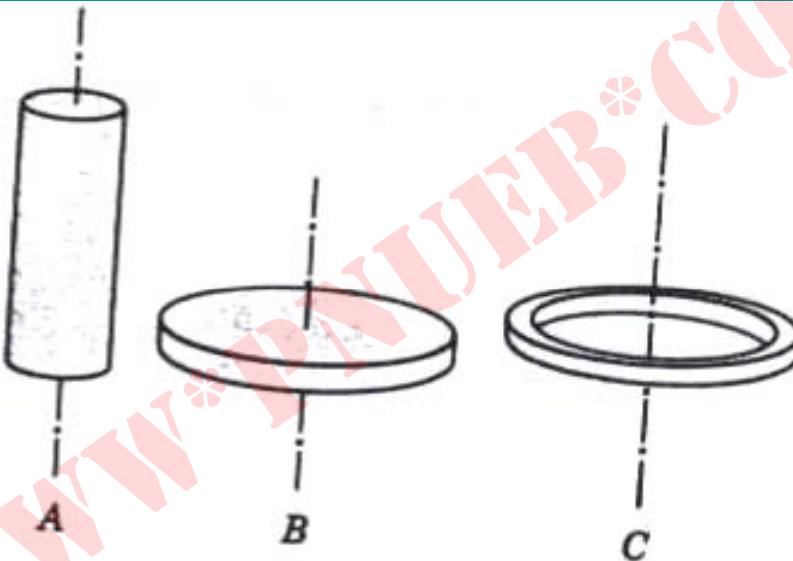
$$K = \sum k_i = \frac{1}{2} \sum m_i r_i^2 \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$I = \sum m_i r_i^2$$

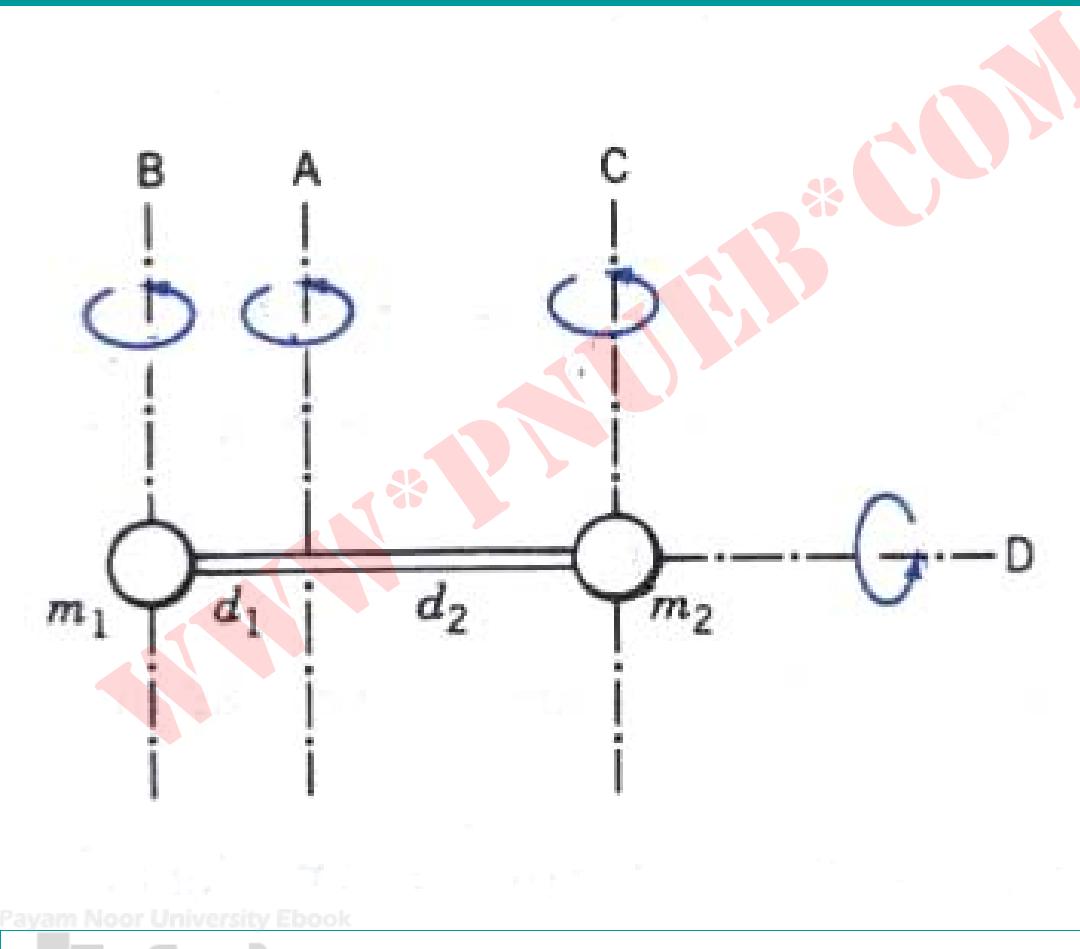
لختی دورانی

لختی دورانی



استوانه و قرص و حلقه جرم بکسان دارند. لختی دورانی بستگی به توزیع جرم حول محور مرکزی دارد، و در این مورد $I_A < I_B < I_C$ است.

مثال



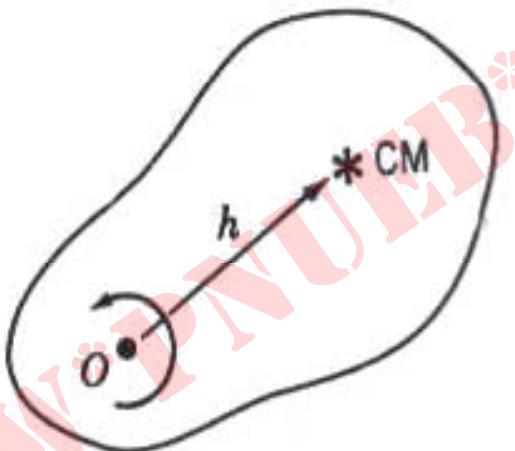
$$m_2 = 5 \text{ kg} \quad , \quad m_1 = 3 \text{ kg}$$

است.

$$d_2 = 2m, d_1 = 1m$$

لختی دورانی این ساختار حول هر چهار محور A و B و C و D چقدر است؟

قضیه محورهای موازی

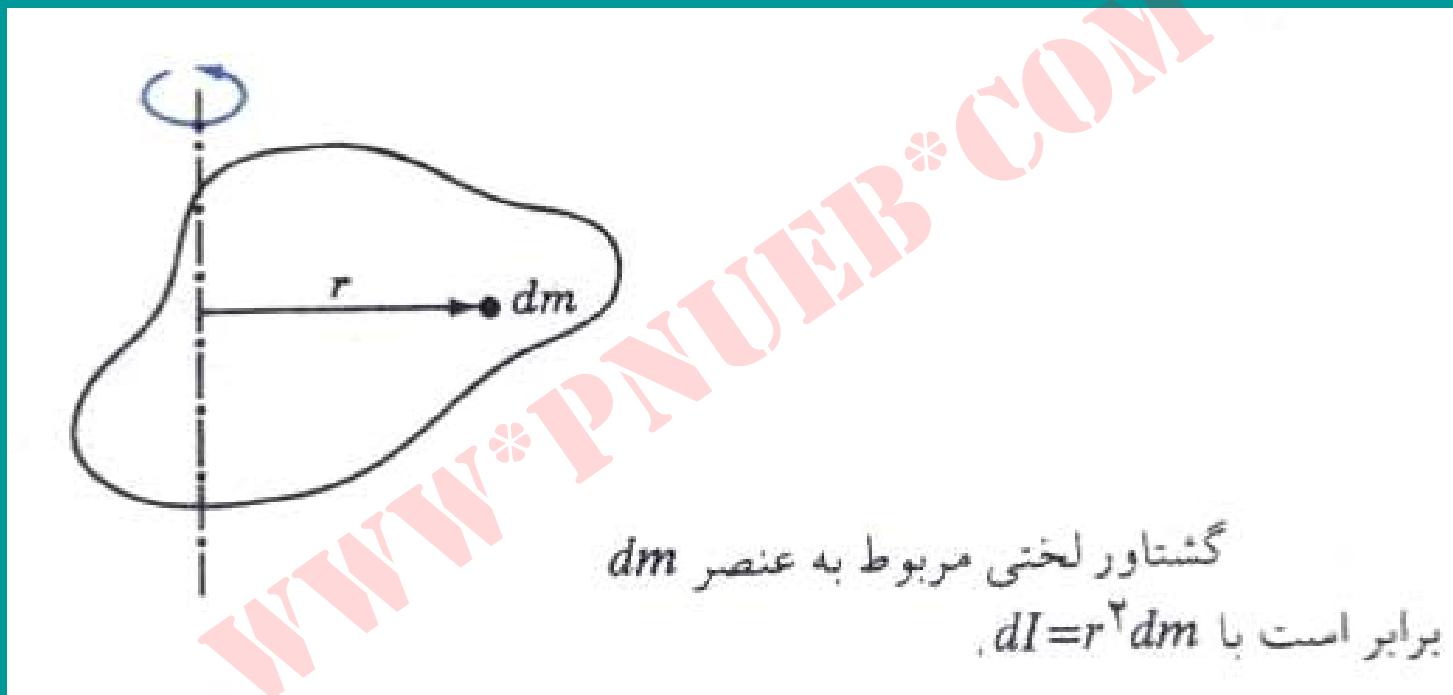


لختی دورانی حول محور گذرنده از O و لختی دورانی حول محور موازی گذرنده از مرکز جرم با رابطه $I = I_{cm} + mh^2$ به هم مربوط می‌شوند، که در آن h فاصله میان دو محور موازی است.

$$K = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

$$I = I_{CM} + M h^2$$

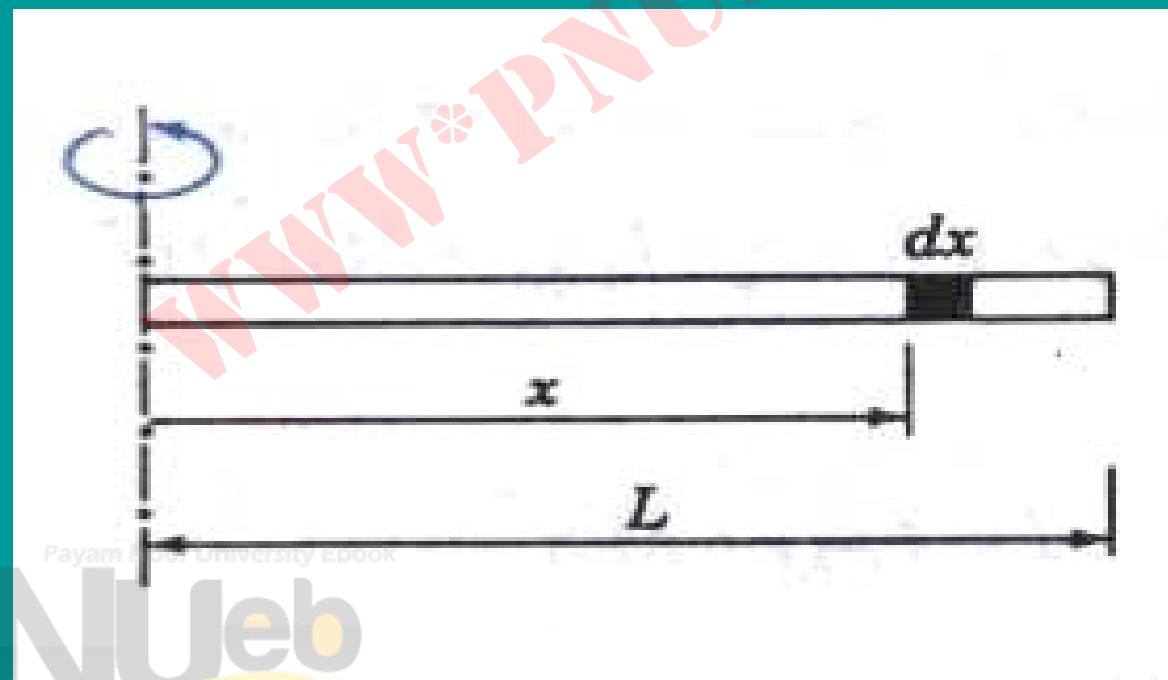
لختی دورانی اجسام پیوسته



$$I = \int r^2 dm$$

مثال

لختی دورانی میله نازک حول محور عمود بر میله در انتهای میله چقدر است؟



$$dI = r^2 dm = x^2(\lambda dx)$$

$$I = \int_0^L \lambda x^2 dx = \frac{1}{3} \lambda L^3$$

$$I = \frac{1}{3} M L^2$$

پایستگی انرژی مکانیکی

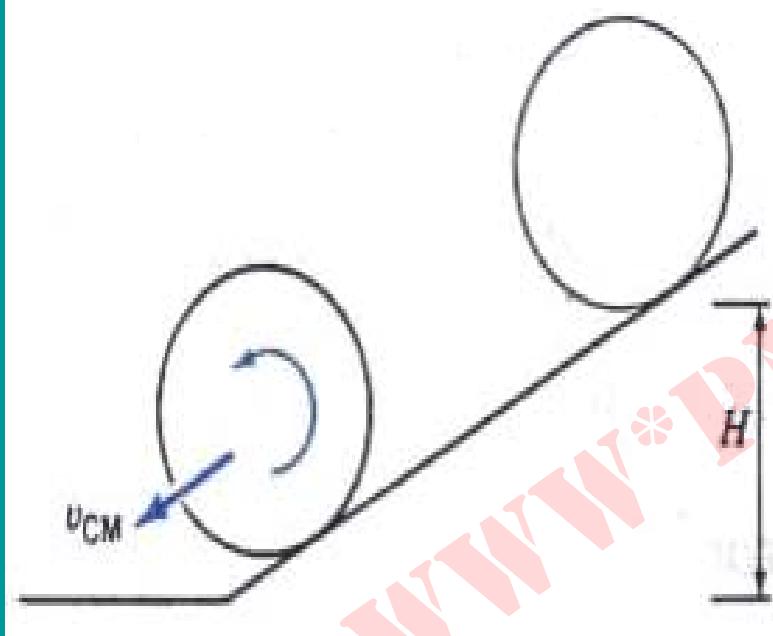
انرژی جنبشی کل برای دوران حول محوری
با جهت ثابت عبارت است از

$$K = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

برای جسمی که بدون لغزش می‌غلتد:

$$v_{CM} = \omega R$$

مثال



جسم غلستان، هم انرژی جنبشی
انتقالی و هم انرژی جنبشی دورانی دارد.

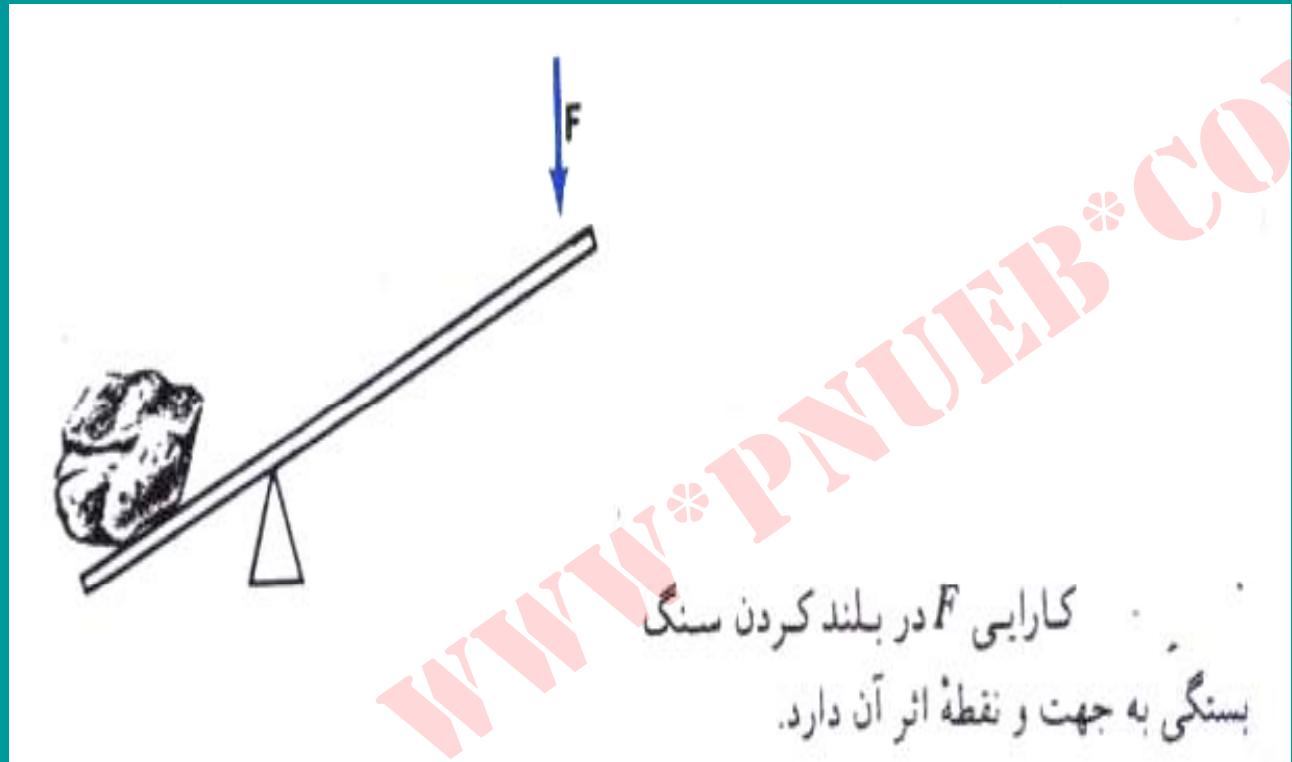
$$E_i = MgH$$

$$E_f = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

با قرار دادن $E_f - E_i$ و استفاده از $v_{CM} = \omega R$ خواهیم داشت

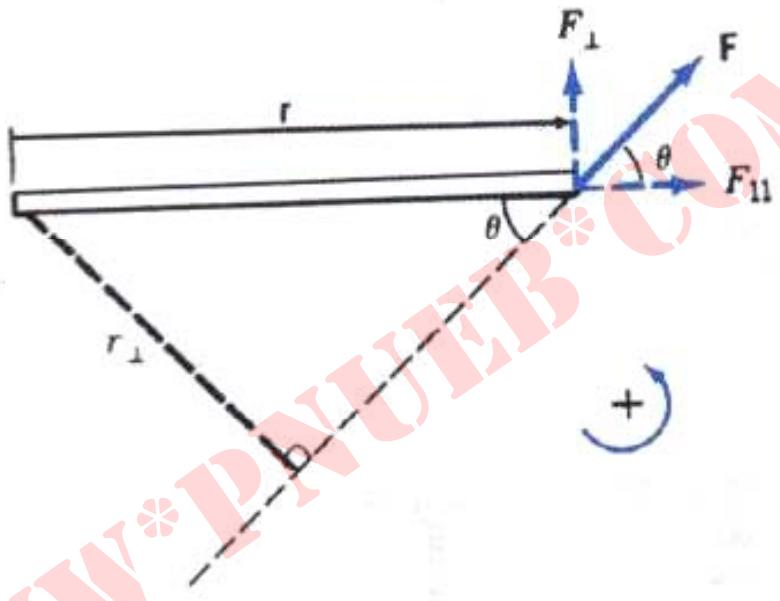
$$v_{CM}^2 = \frac{2 MgH}{M + I_{CM}/R^2}$$

گشتاور



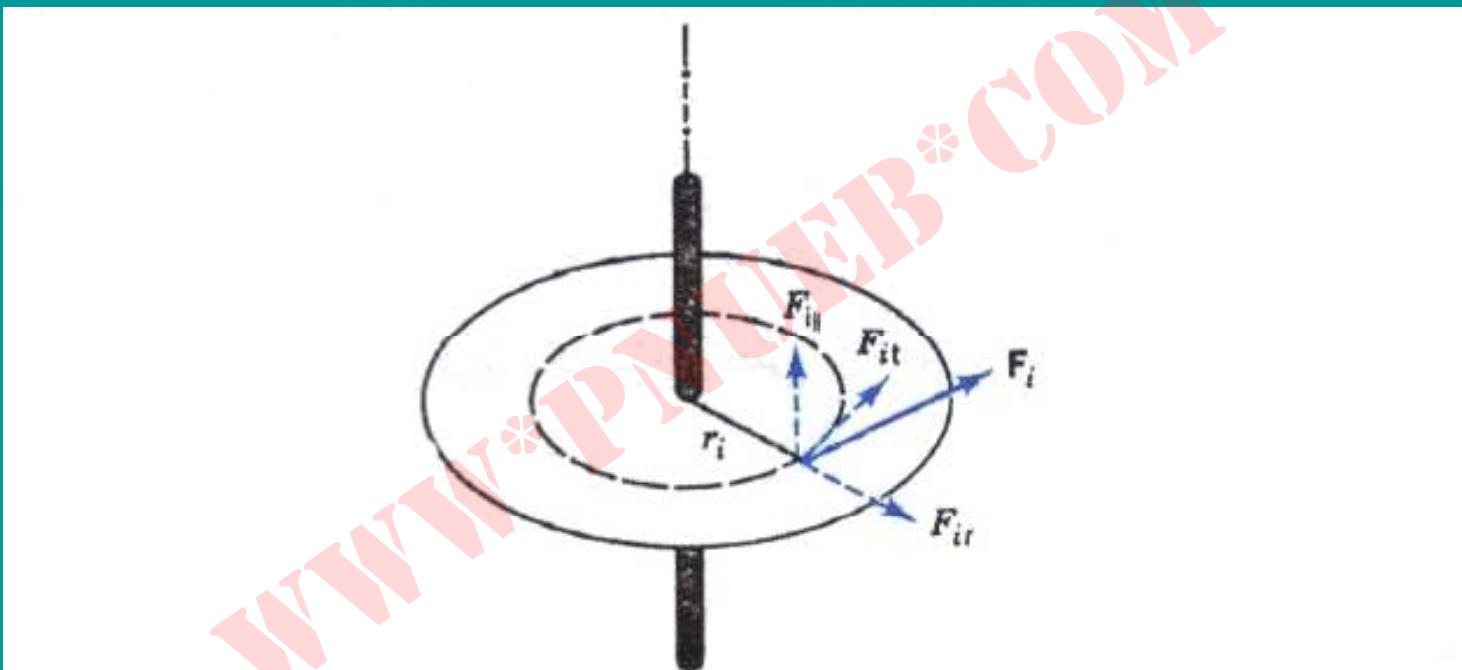
$$\tau = r_{\perp} F = r F_{\perp}$$

$$\tau = r F \sin \theta$$



اندازه گشتوار برابر است با $\tau = rF \sin \theta$ که در آن θ زاویه میان بردارهای \vec{r} و \vec{F} است. τ را می شود به دو صورت دیگر هم نشان داد: یکی $\tau = r_{\perp} F_{\perp}$ که در آن r_{\perp} بازوی اهرم است و دیگری $\tau = r F_{\perp}$ که در آن F_{\perp} مولفه F در راستای عمود بر \vec{r} است.

دینامیک دورانی (محور ثابت)



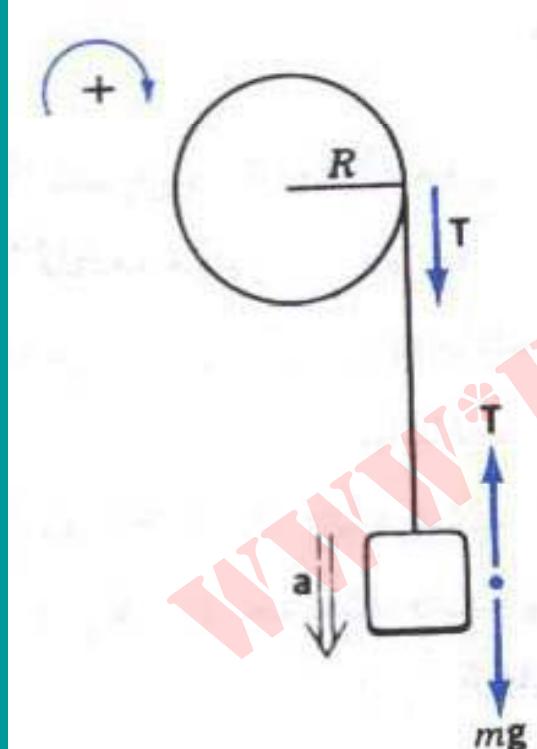
جسم صلبی حول محور ثابتی می‌چرخد. ذره i تحت تأثیر نیروی \vec{F}_i است. مؤلفه‌های موازی با محور و عمود بر محور این نیرو با عکس العمل تکیه‌گاههای محور ختنی می‌شوند. فقط مؤلفه مماس بر مسیر (F_{it}) است که به ذره شتاب می‌دهد.

$$F_{it} = m_i \ a_i = m_i r_i \alpha$$

$$\tau_i = r_i F_{it} = m_i r_i^2 \alpha$$

$$\tau = I\alpha$$

مثال



شتاب مکعب از $F=ma$ و شتاب
زاویه‌ای فرقه از $\tau=I\alpha$ به دست می‌آید.

شتاپ سقوط مکعب در اثر باز شدن نخ از
قرقره چقدر است؟

جرم مکعب m ، جرم قرقره M و شعاع آن R است.

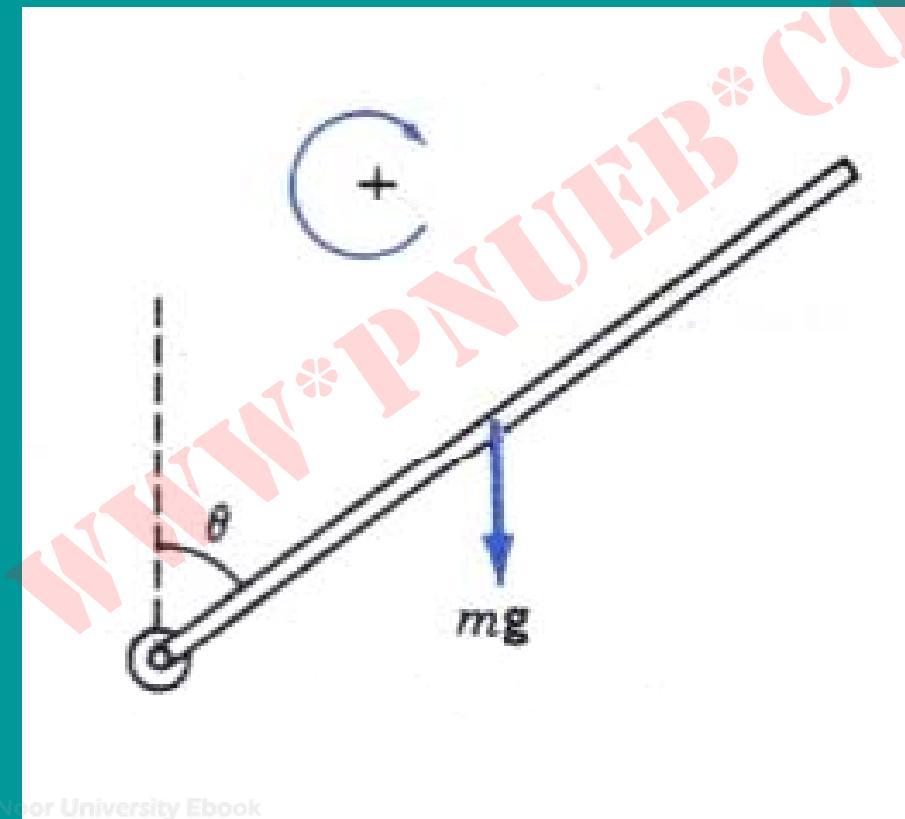
$$F = ma \Rightarrow mg - T = ma$$

$$\tau = I\alpha \Rightarrow TR = \left(\frac{1}{2} MR^2 \right) \alpha$$

$$T = \frac{1}{2} Ma$$

$$a = \frac{mg}{m + M/2}$$

مثال



Payam Noor University Ebook

میله از وضعیت قائم رها می شود.

الف) شتاب زاویه‌ای میله در وضعیت θ چقدر است؟

ب) شتاب خطی سر آزاد میله در وضعیت
افقی چقدر است؟

$$mg \frac{L}{2} \sin \theta = \frac{ML^2}{3} \alpha$$

$$\alpha = \frac{3g \sin \theta}{2L}$$

است. پس

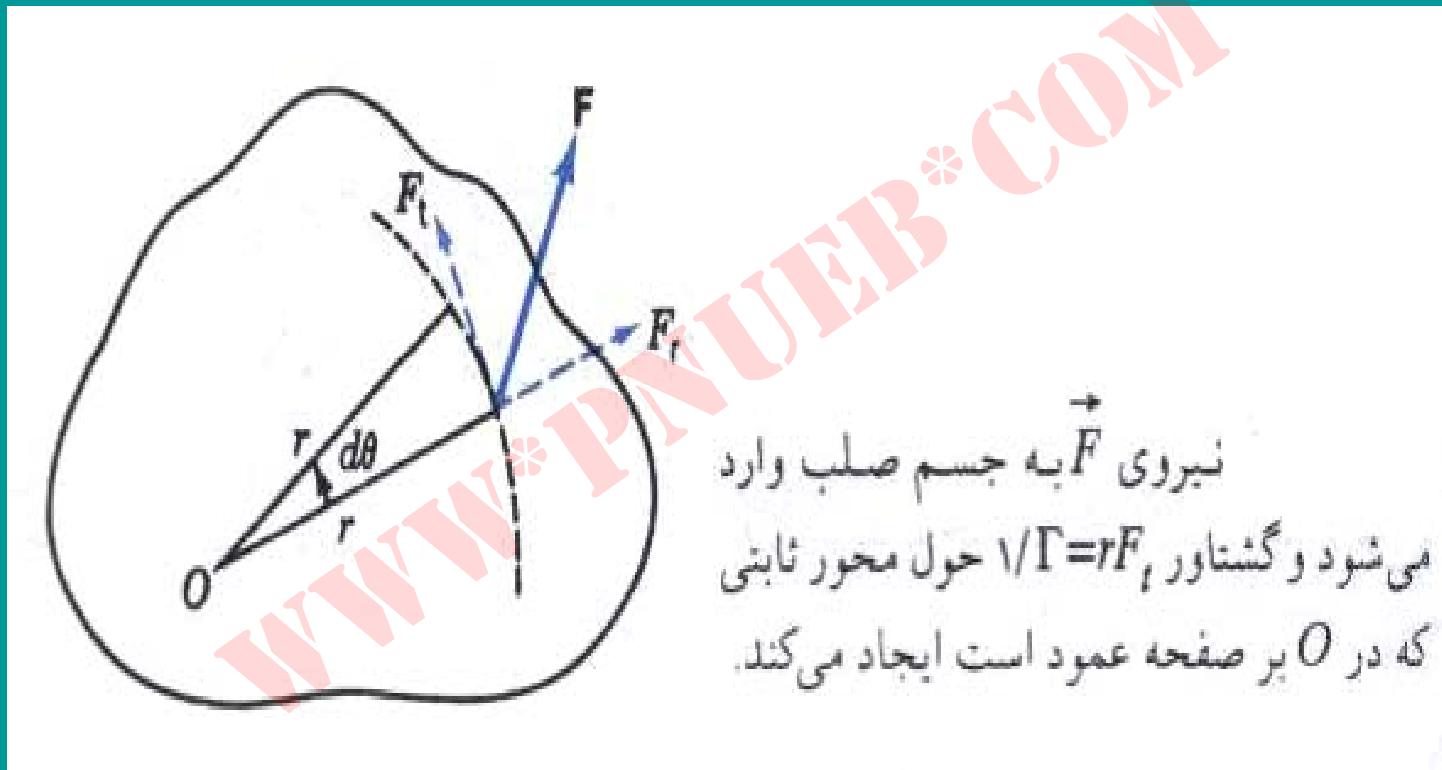
$$\alpha = \frac{3g}{2L}, \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{در}$$

$$a_t = \alpha L = \frac{3}{2} g$$

یعنی از شتاب سقوط آزاد بیشتر است !

Payam Noor University E-Book

کار و توان در دوران



$$dW = (F_t)(rd\theta) = \tau d\theta$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau\omega$$

قضیة کار – انرژی (در دوران)

$$\tau = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt} = I \frac{d\omega}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = I \frac{d\omega}{d\theta} \omega$$

$$dW = \tau d\theta = I \frac{d\omega}{d\theta} \omega d\theta = I \omega d\omega$$

$$\int dW = I \int_i^f \omega d\omega$$

$$W = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2$$

مسائل فصل یازدهم

۱. مکان زاویه‌ای علامتی در روی صفحه چرخانی به شعاع $R=6\text{cm}$ ، با رابطه $\theta = 10 - 5t + 2t^2 \text{ rad}$ بیان می‌شود.

الف) سرعت زاویه‌ای متوسط این علامت بین $1S$ و $3S$ چقدر است؟

ب) سرعت خطی نقطه‌ای روی لبه صفحه در $t=2S$ چقدر است؟

ج) شتاب خطی و شتاب زاویه‌ای نقطه‌ای روی لبه در $t=2S$ چقدر است؟

۲. اتومبیلی که شعاع چرخهایش 25CM است در مدت 1.0 s از
حالت سکون به سرعت 3.0 m/s می‌رسد. در لحظه‌ای که سرعت
اتومبیل 2m/s است شتاب خطی بالاترین نقطه چرخ را
(الف) نسبت به مرکز چرخ و
(ب) نسبت به جاده پیدا کنید.

۳. یک جسم تخت را در صفحه XY در نظر بگیرید (شکل زیر).

(الف) لختی دورانی ذرهای به جرم m واقع در مختصات X و

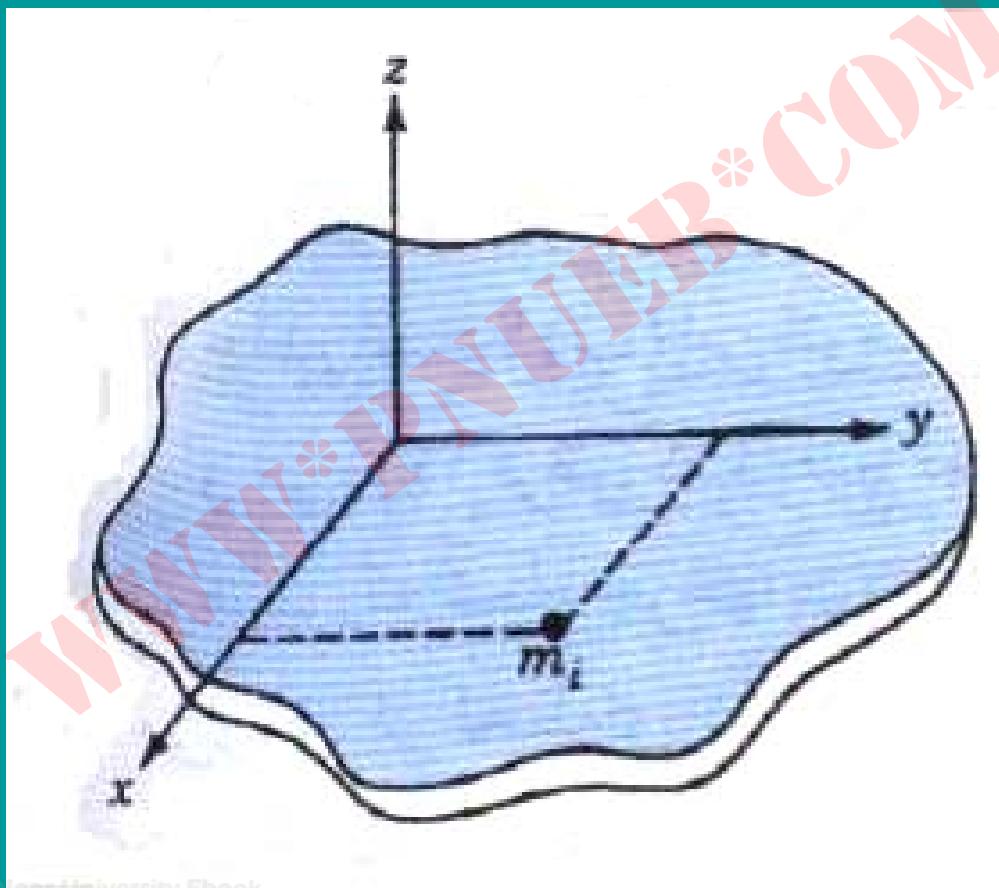
y را حول محورهای X ، y و Z پیدا کنید. (ب) نشان بدهید

که لختی‌های دورانی جسم حول محورهای مختصات با رابطه

زیر به هم مربوط می‌شوند

$$I_z = I_x + I_y$$

این رابطه به قضیه محورهای متعامد معروف است.

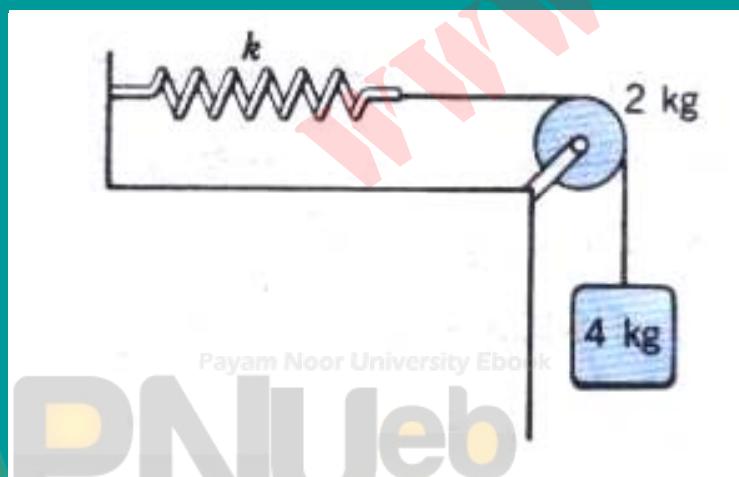


Payam Noor University Ebook

۴. در سیستم شکل زیر ، شعاع قرقره 5 CM و ثابت سختی فنر 80 N/m است.

الف) اگر جسم 2 کیلوگرمی از حالت سکون رها شود ،
بیشترین انبساط طول فنر چقدر خواهد بود ؟

ب) سرعت جسم پس از 20 CM سقوط چقدر است ؟ قرقره را
مثل قرص در نظر بگیرید.



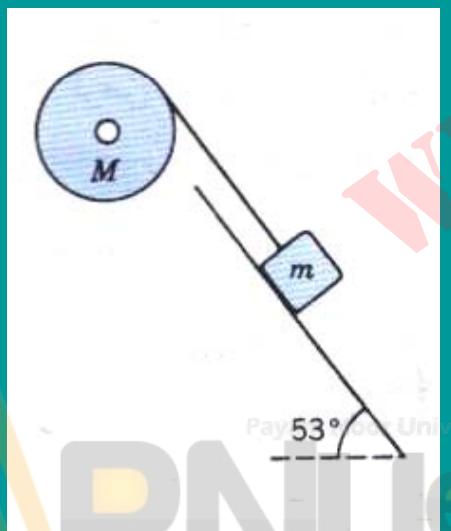
۵. در سیستم شکل زیر ، $M=4\text{kg}$ ، $m=kg$ ، شعاع قرقره $5m$ و 53°

سطح شیبدار بدون اصطکاک است. قرقره به شکل قرص است

الف) شتاب زاویه‌ای قرقره چقدر است؟

ب) سرعت قطعه ۲ کیلوگرمی پس از طی 1m روی سطح چقدر

است؟ فرض کنید سیستم از حال سکون رها شده است.



۶. یک سطح آب به جرم 15 kg را با سرعت ثابت 20 cm/s از چاهی بالا

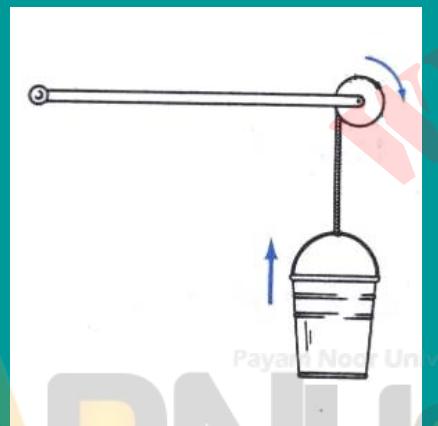
می‌کشیم (شکل زیر). طناب دور دوکی به شعاع 3 CM می‌پیچد. دوک را با

دسته‌ای به طول 40 CM می‌چرخانیم.

الف) چه توانی برای بالا کشیدن سطح لازم است؟

ب) اگر نیروی اعمال شده همیشه بر دسته عمود باشد، چه مقدار نیرو

برای این کار لازم است؟



Payam Noor University Ebook

PNUeb

فصل دوازدهم: تکانه زاویه‌ای ، و تعادل جسم صلب

هدف کلی



بررسی شرایط تعادل جسم صلب

دراخ مفهوم پایستگی تکانه زاویه‌ای

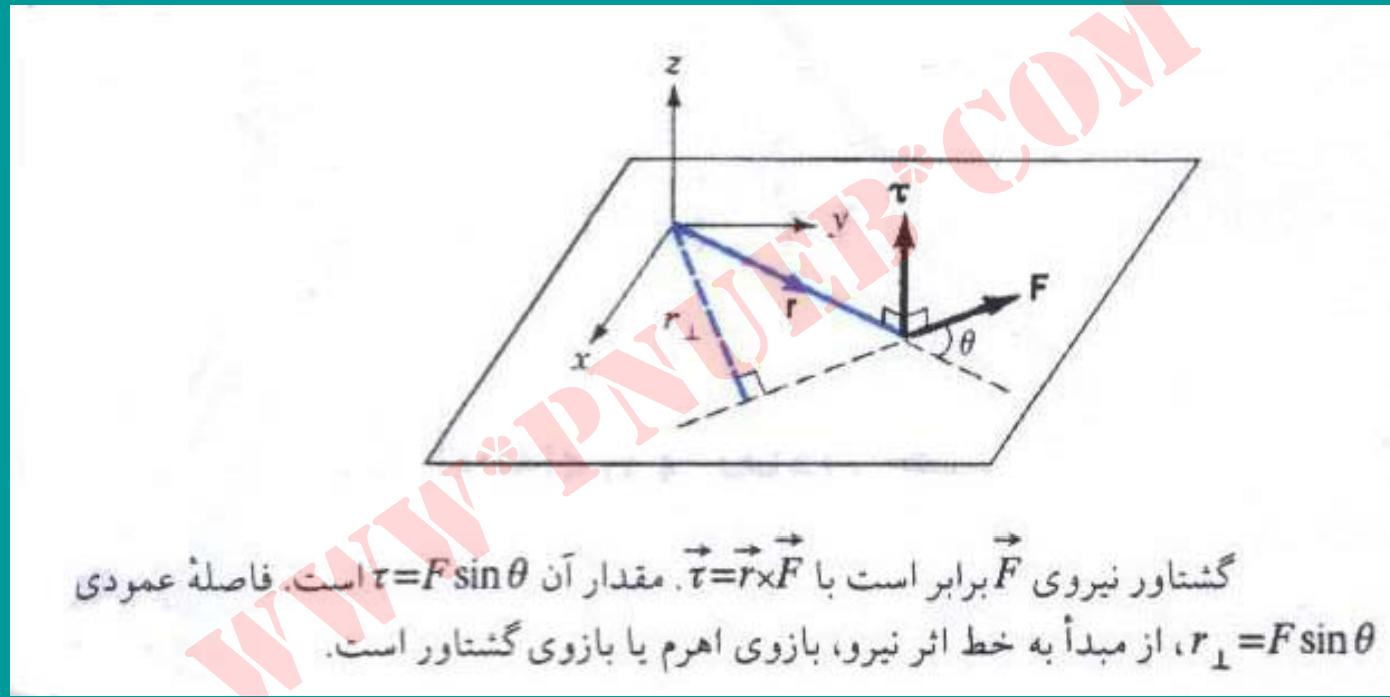
ارتباط گشتاور با تکانه زاویه‌ای

آشنایی با ماهیت برداری گشتاور ،

مطالب این فصل:

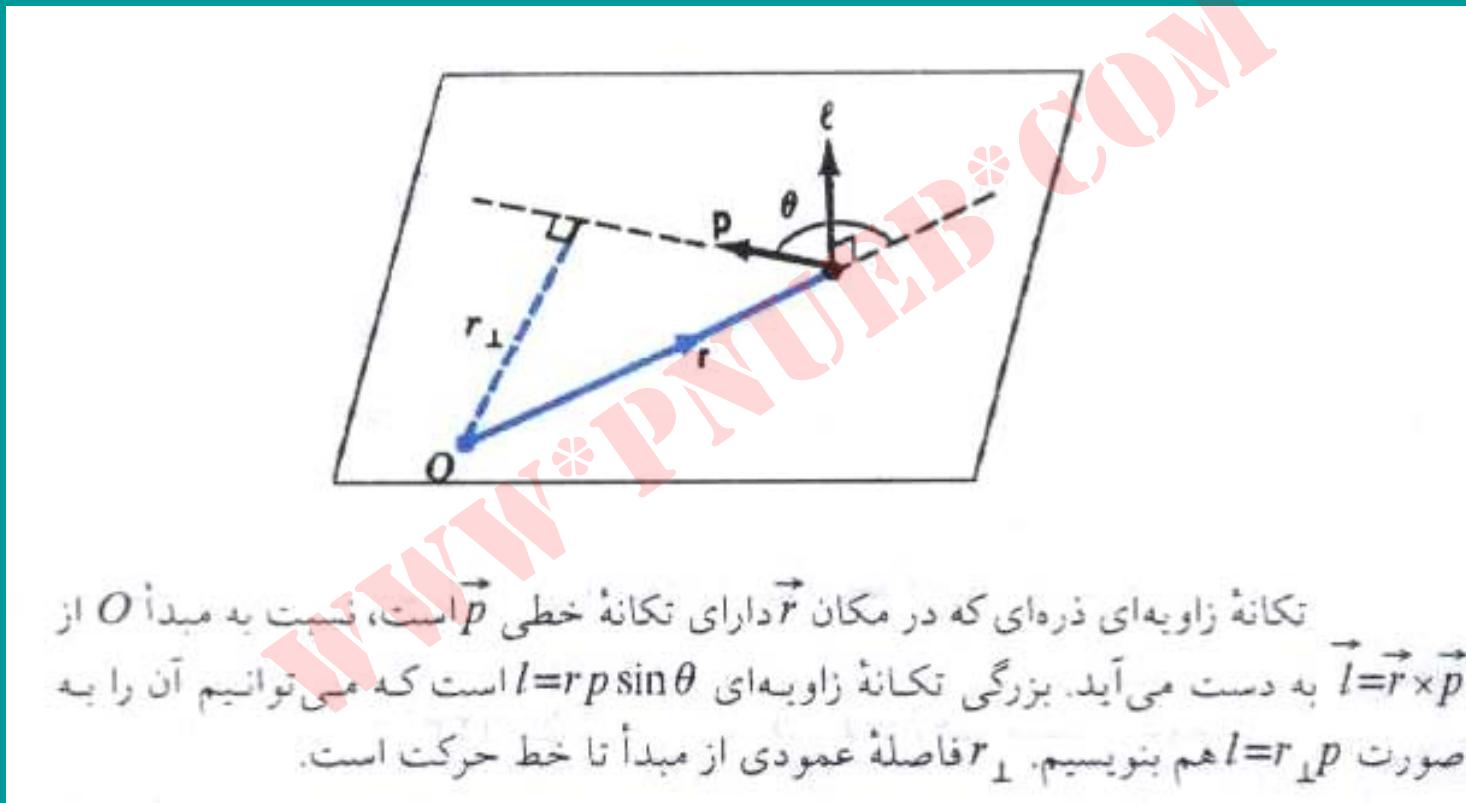
- بردار گشتاور
- تکانه زاویه‌ای
- دینامیک دورانی
- پایستگی تکانه زاویه‌ای
- شرایط تعادل ایستا
- مرکز ثقل

بردار گشتاور



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = r F \sin \theta \hat{n}$$

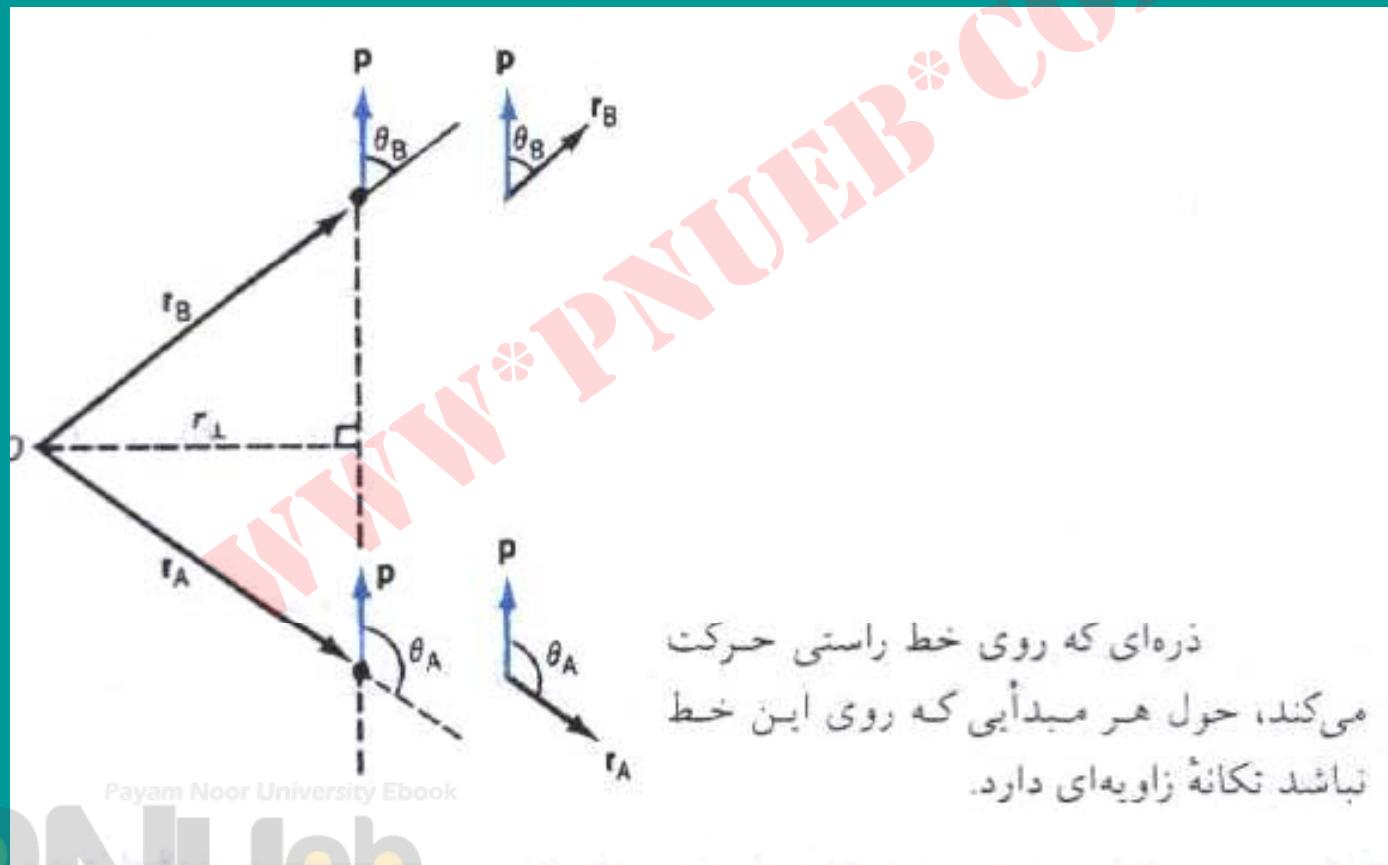
تکانه زاویه‌ای



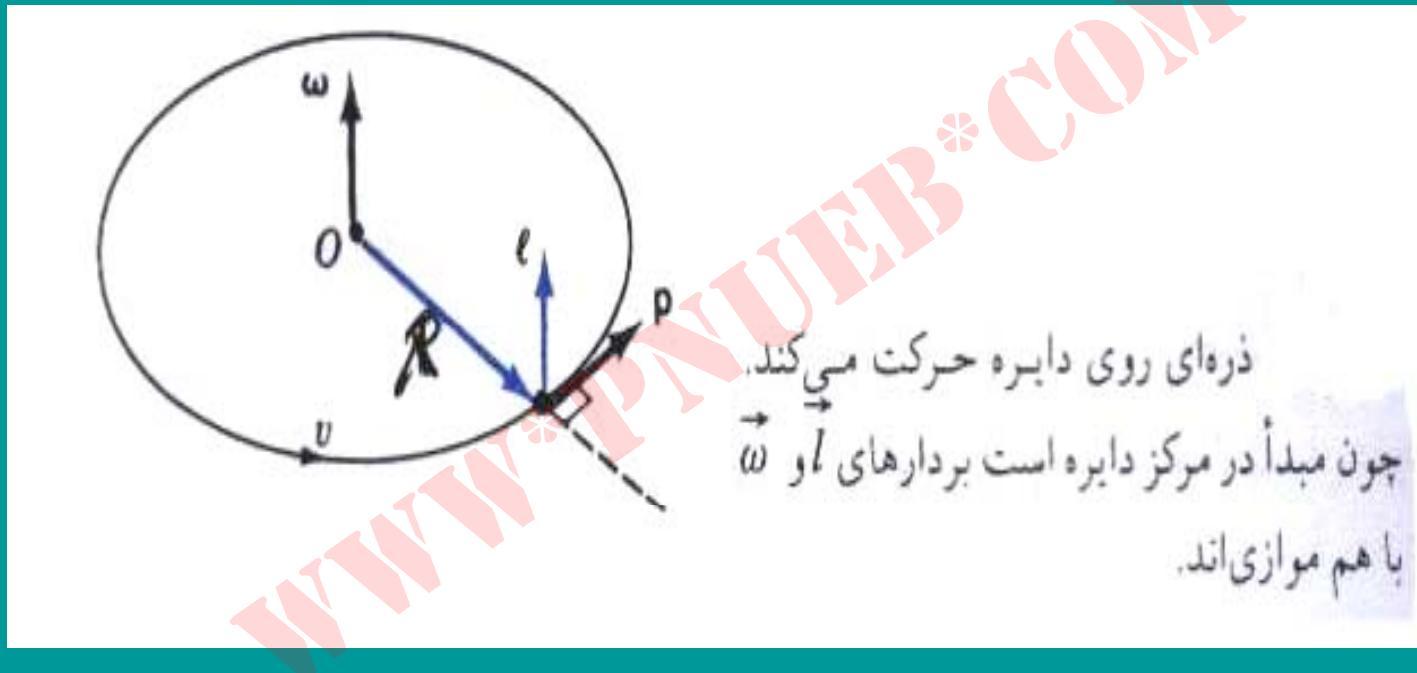
$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$l = r p \sin \theta = r_\perp p$$

تکانه زاویه‌ای در حرکت روی خط راست



تکانه زاویه‌ای در حرکت روی دایره

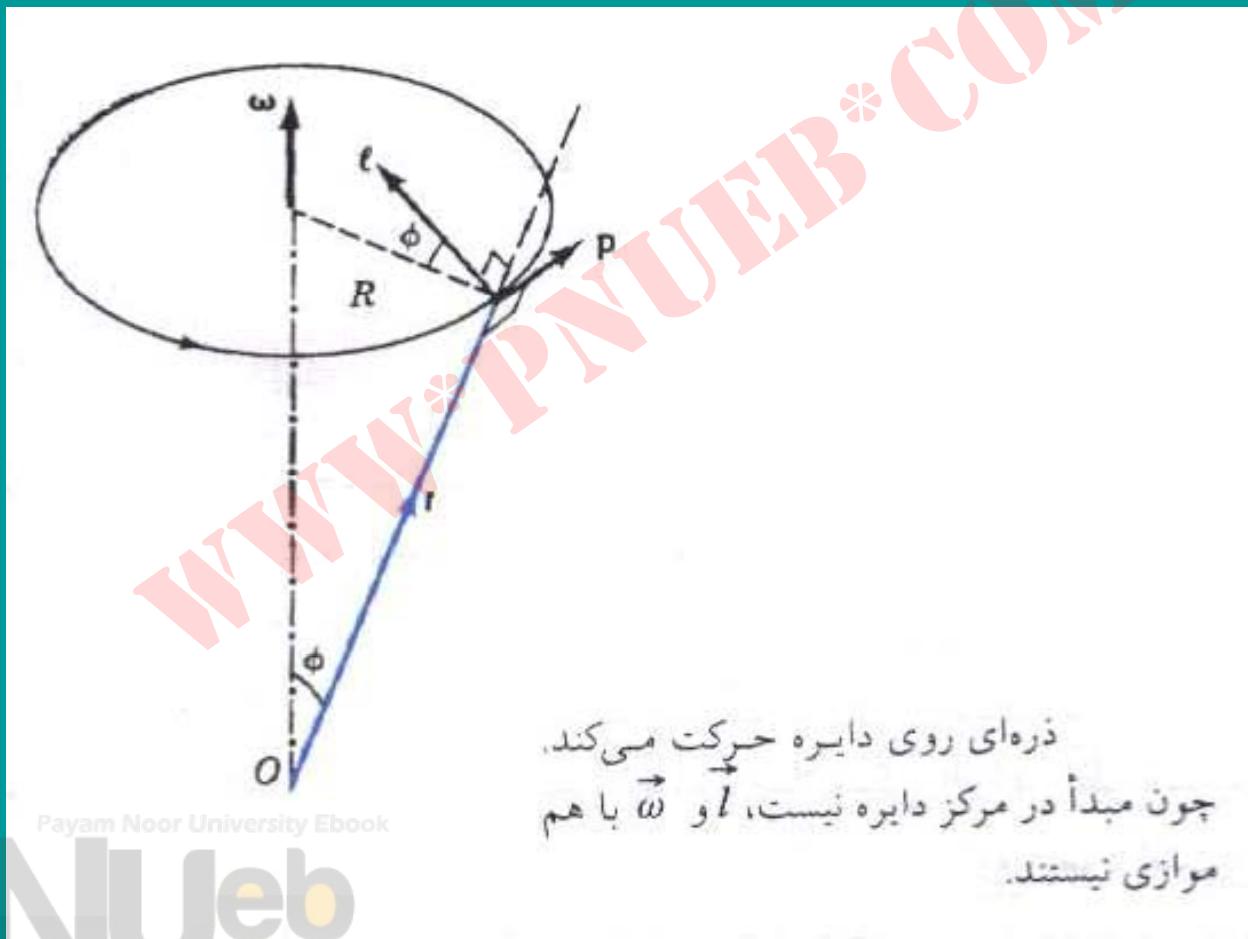


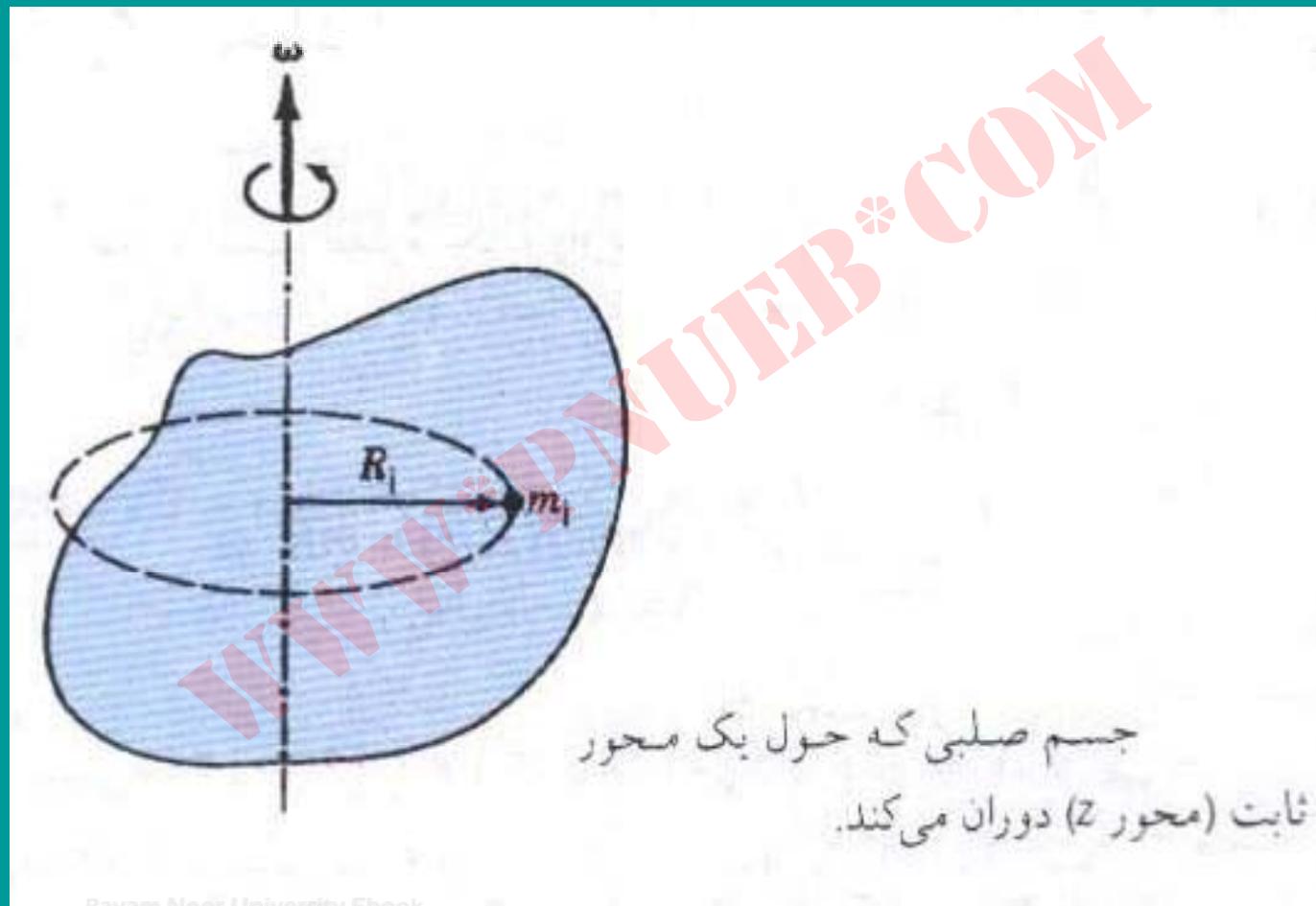
$$l = mvR = mR^2\omega$$

Payam Noor University Ebook

$$l_z = l \sin \phi = (mvR)(R/r) = mR^2\omega$$

تکانه زاویه‌ای برای سیستم ذرات





Payam Noor University Ebook

$$L = \sum l_i = \sum r_i \times p_i$$

$$L_z = \sum l_{iz} = \sum m_i R_i^2 \omega$$

$$l_z = I\omega$$

دینامیک دورانی

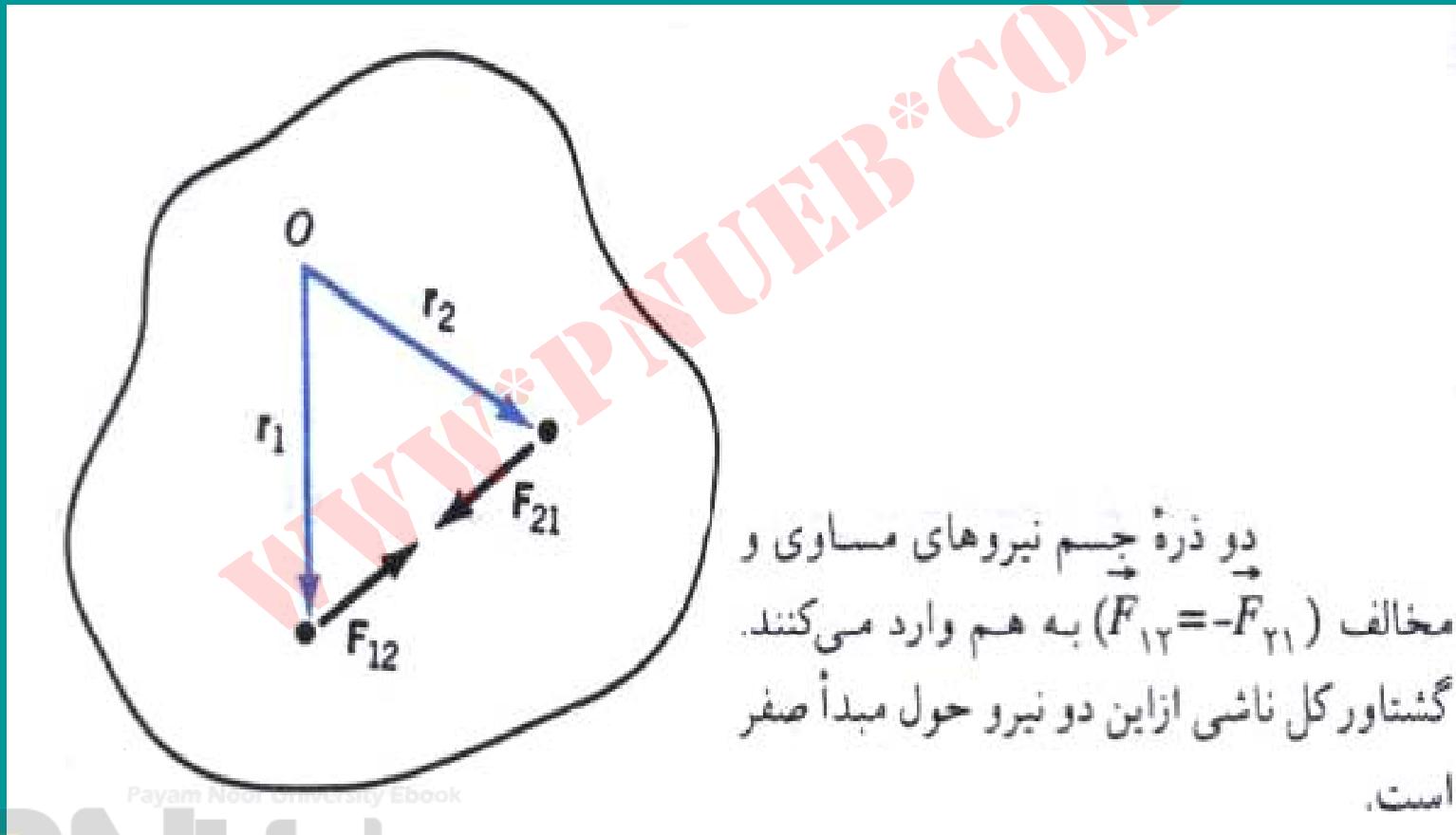
برای ذره:

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}$$

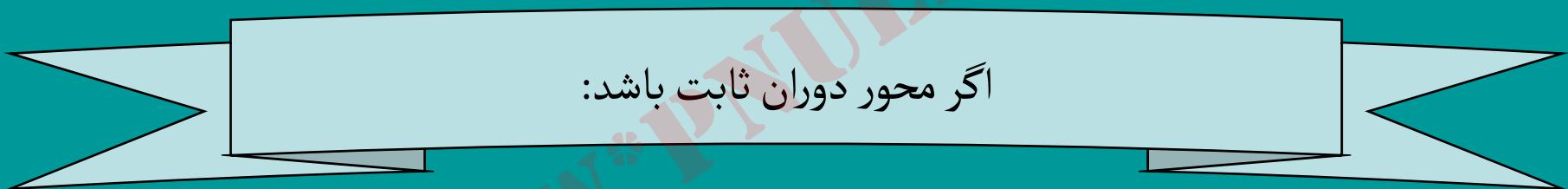
$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} + \underbrace{\vec{v} \times m\vec{v}}_{\text{صفر}} \quad \Rightarrow \tau = \frac{\vec{l}}{\frac{d\vec{t}}{dt}}$$

برای سیستم ذرات:



$$\sum \tau_i = \frac{d}{dt} \sum l_i$$

$$\tau_{ext} = \frac{d L}{dt}$$



اگر محور دوران ثابت باشد:

$$\frac{dL}{dt} \frac{d}{dt} (I\omega) = I \frac{d\omega}{dt} = I\alpha$$

$$\tau = I\alpha$$

پايسٽگي تکانه زاویه اي

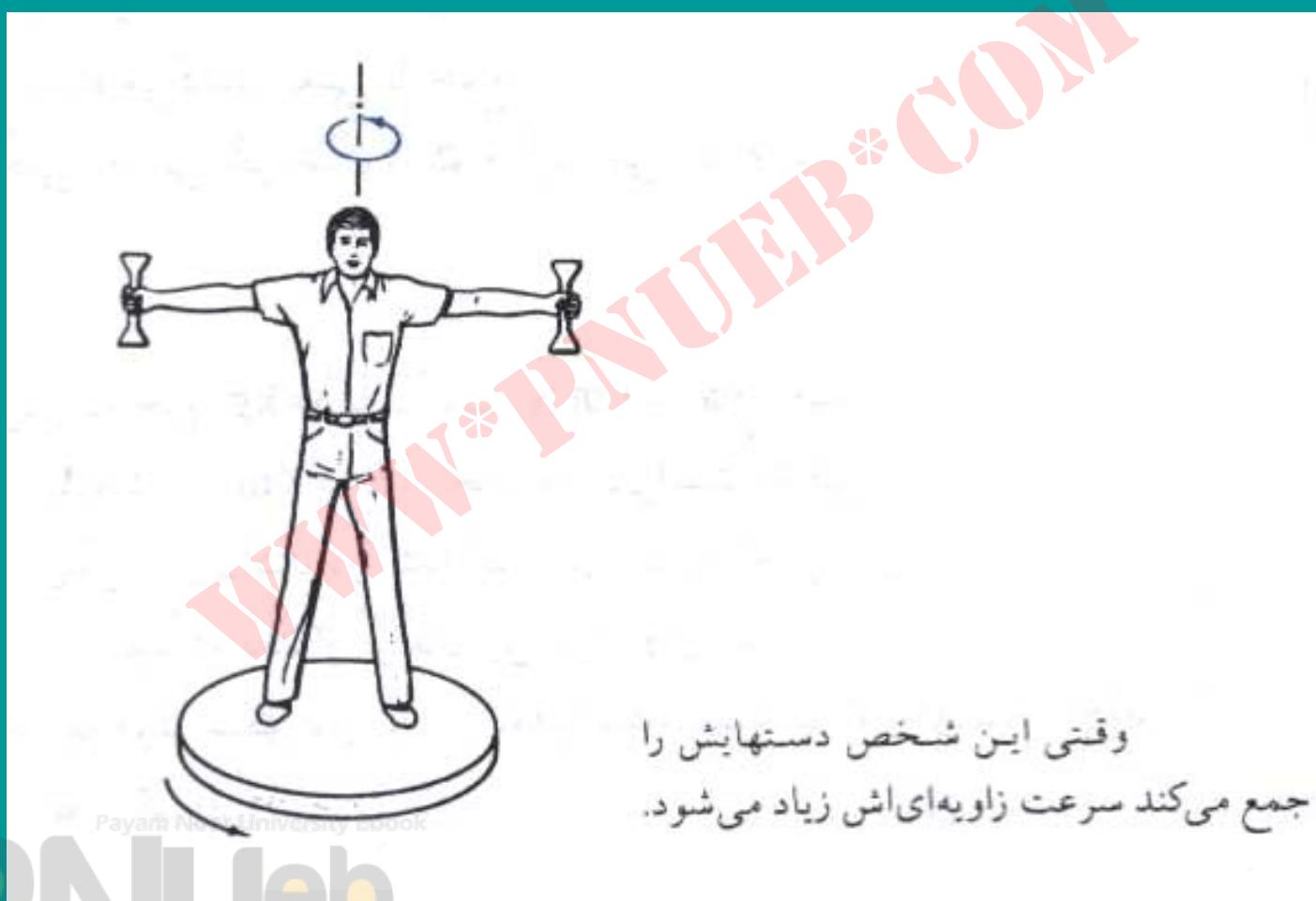
$$\rho \tau_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\tau_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{ ثابت}$$

$$\vec{L} = I \omega = \text{ ثابت} \quad \text{ يا}$$

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

مثال (پایستگی تکانه زاویه‌ای)



شروط تعادل انتقالی

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

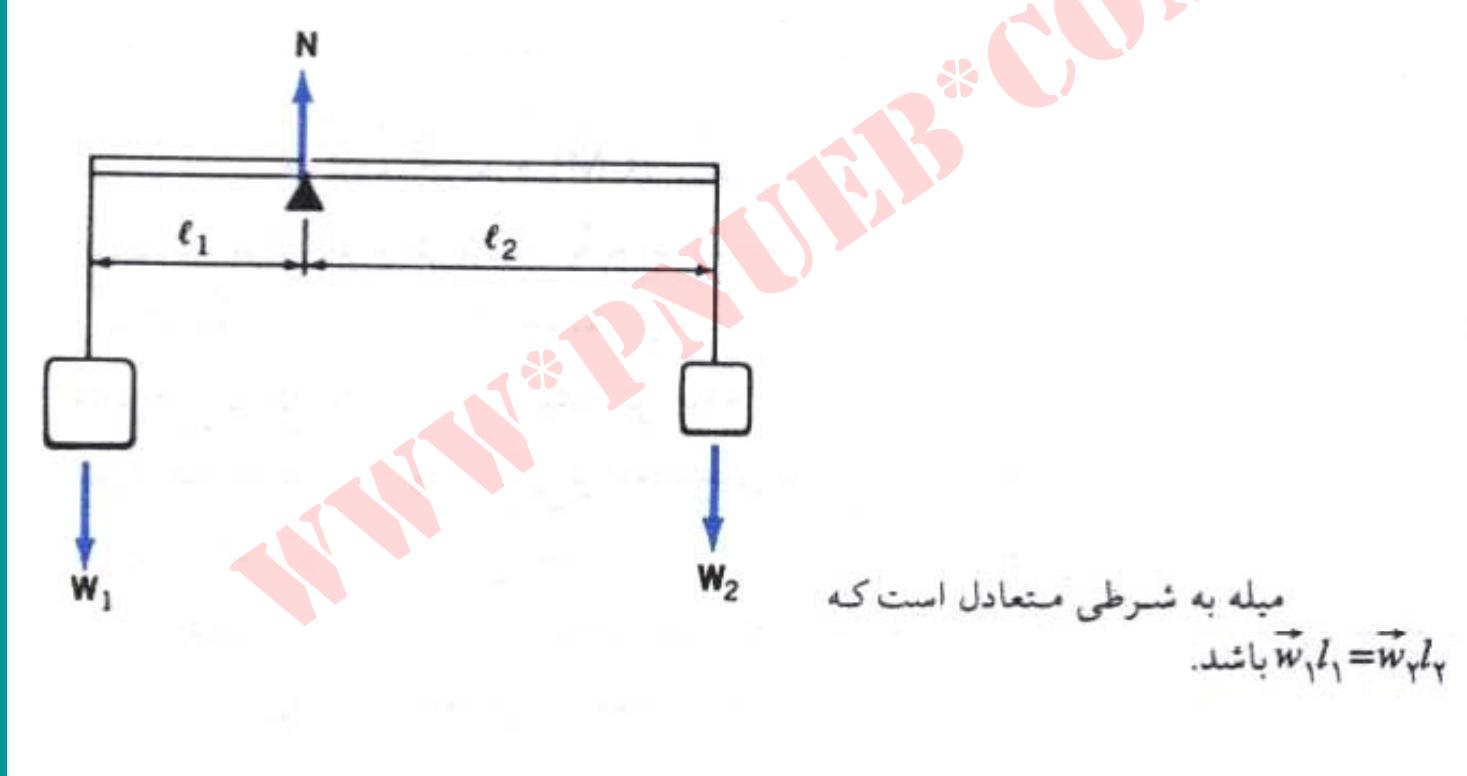
$$\sum \tau = 0$$

شرط تعادل دوراني:

$$\sum \tau_z = 0$$

برای دوران حول محور ثابت:

مرکز ثقل (گرانیگاه)



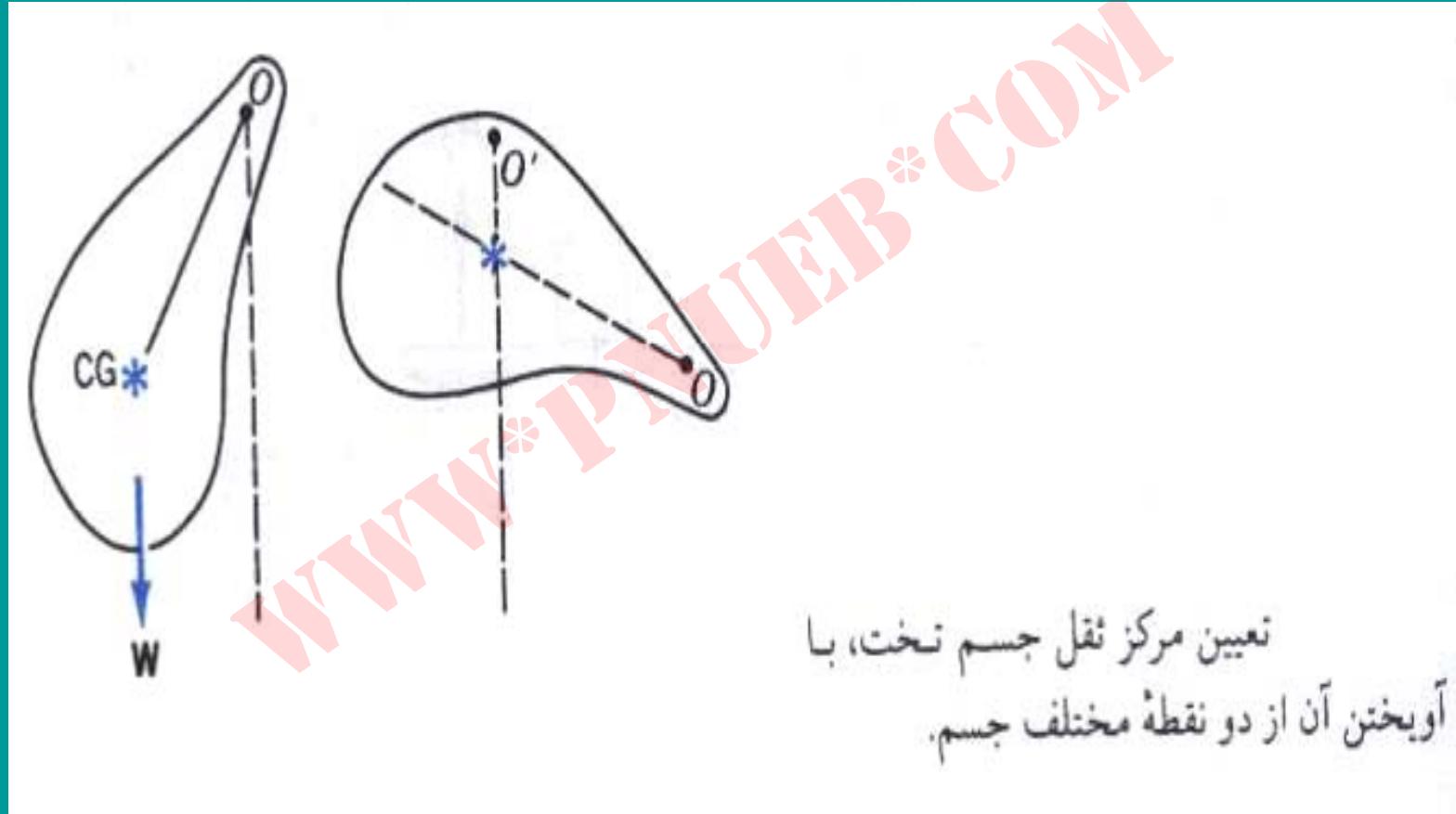
مرکز ثقل هر جسم [که به آن مرکز گرانی یا گرانیگاه هم می‌گویند] نقطه هر جسم که گشتاور گرانشی خالص وارد برجسم حول آن صفر است.

$$\sum \tau_i = w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_Nx_N$$

$$(\sum w_i)x_{CG}$$

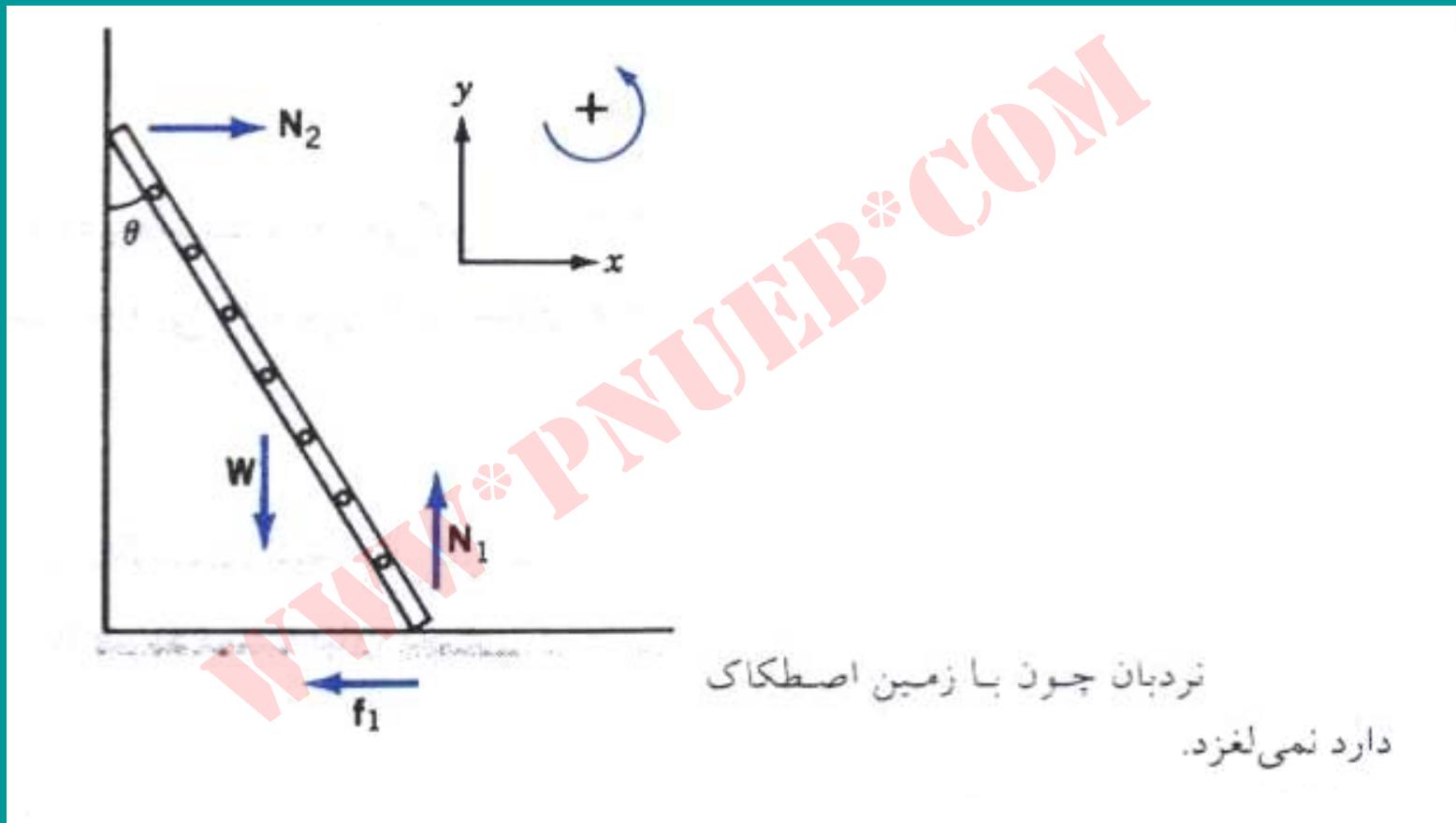
$$x_{CG} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

$$x_{CG} = \frac{\sum m_i x_i}{M}$$



مثال (شرایط تعادل)

۱. نردهانی به وزن W و طول L را به دیواری تکیه داده‌ایم (شکل زیر). کف زمین زبر و دیوار بدون اصطکاک است. ضریب اصطکاک ایستایی پایین نردهان با کف زمین $\mu_s = 0.6$ است.
- الف) بی‌آنکه نردهان بلغزد، زاویه θ (میان نردهان و دیوار) حداقل‌تر چقدر می‌تواند باشد؟
- ب) در این وضعیت (θ مانند ماقریموم) چه نیرویی از دیوار به نردهان وارد می‌شود؟



$$\sum F_x = N_2 - f_1 = 0$$

$$\sum F_y = N_1 - W = 0$$

$$\sum \tau = -WL/2 \sin \theta - f_1 L \cos \theta + N_1 L \sin \theta = 0$$

$$\sum \tau = +WL/2 \sin \theta - N_2 L \cos \theta = 0$$

مسائل فصل دوازدهم

۱. در سیستم شکل زیر ، قرقره را به صورت دیسک بگیرید و از اصطکاک صرف نظر کنید. مبدأ را در مرکز قرقره بگیرید.

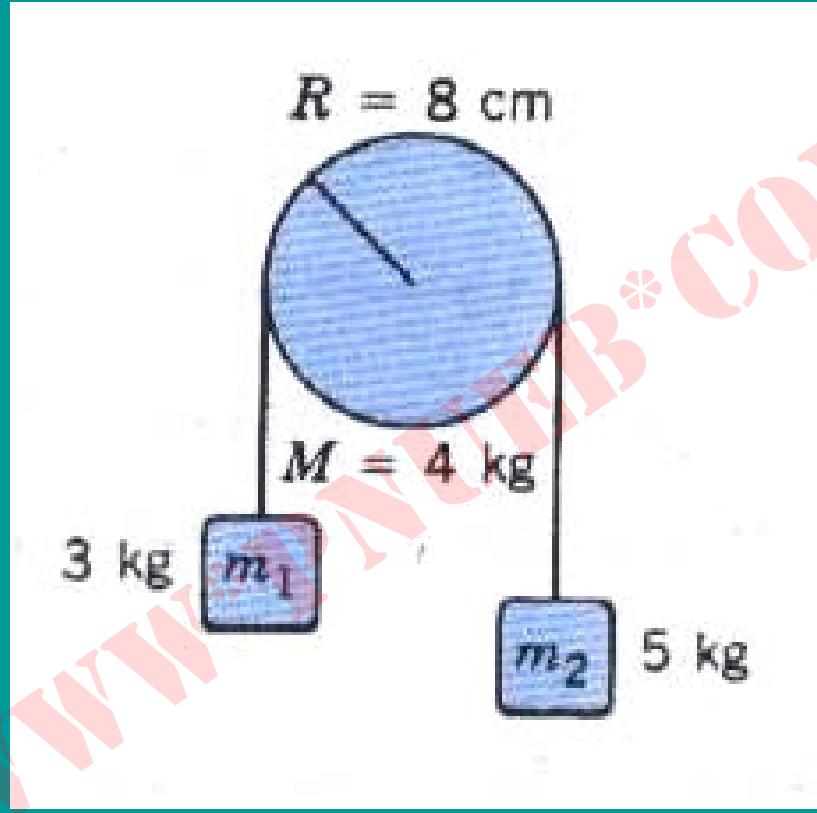
الف) گشتاور خالص وارد بر سیستم چقدر است؟

ب) تکانه زاویه‌ای سیستم وقتی جرمها به سرعت V رسیده‌اند چقدر است؟

(ج) شتاب حرکت جرمها را با استفاده از رابطه

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

محاسبه کنید.



۲. شخصی به جرم 60 kg در امتداد مماسی بر لبه سکوی دایره‌ای

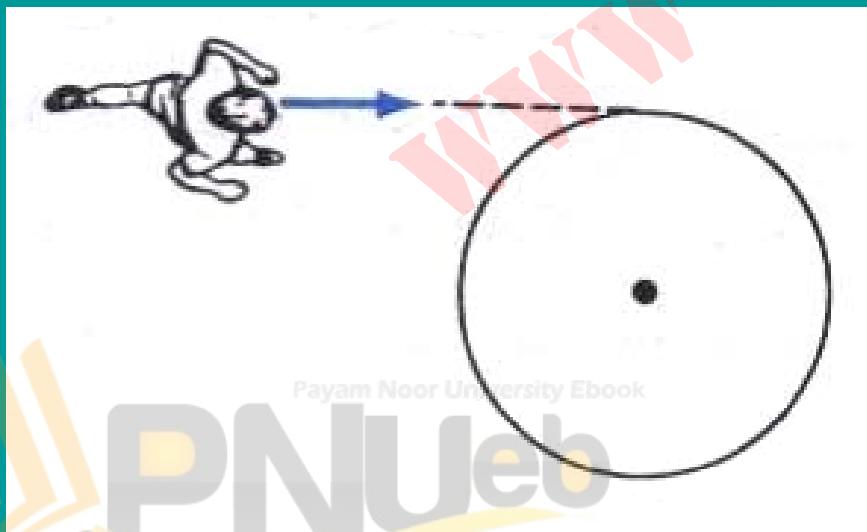
بی حرکتی که می‌تواند آزادانه (و بدون اصطکاک) حول محور مرکزی اش

بچرخد با سرعت 5 m/s درحال دویدن است. شعاع سکو 3 m و جرم آن

100 kg است (نگاه کنید به شکل زیر). این شخص با همین سرعت روی

لبه سکو می‌پرد و همانجا می‌ایستد. الف) سرعت زاویه‌ای سیستم

(شخص + سکو) چقدر است؟ ب) چقدر انرژی مکانیکی تلف می‌شود؟



۳. شکل زیر حلقه نازکی به جرم $M=1\text{ kg}$ و شعاع $m=2\text{ m}$ را نشان

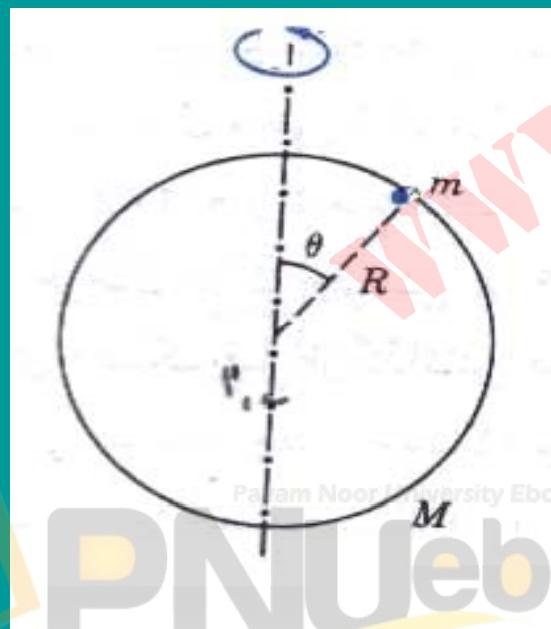
می دهد که حول قطر قائمش در چرخش است. (I را بگیرید).

مهره کوچکی به جرم $m=2\text{ kg}$ می تواند بدون اصطکاک روی حلقه بلغزد.

وقتی مهره در بالاترین قسمت حلقه باشد سرعت زاویه ای حلقه $\omega \text{ rad/s}$

است. حساب کنید که وقتی مهره به وضعیت

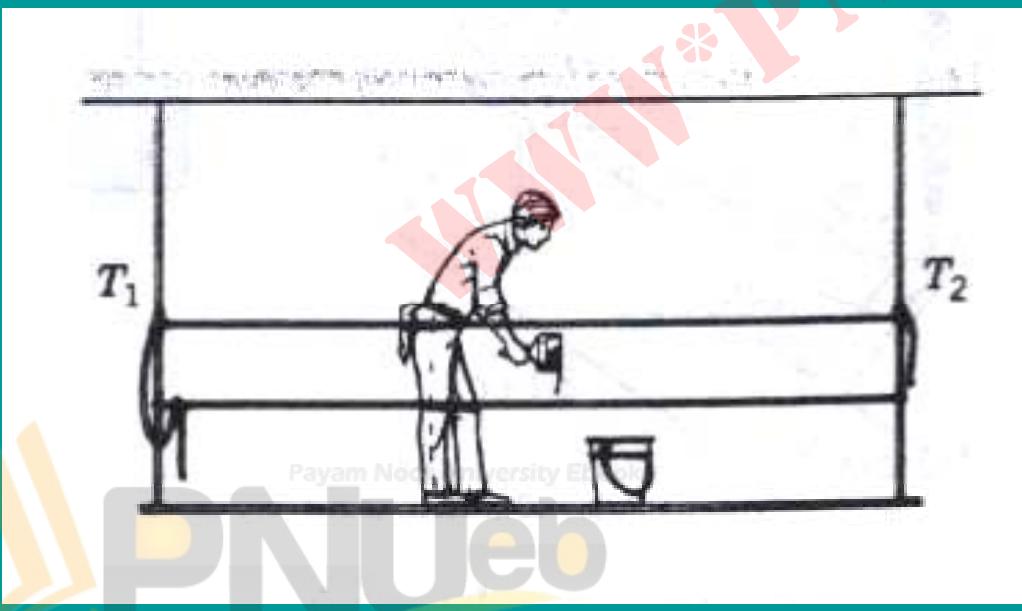
حلقه می شود؟



Payam Noor University Ebook

PNUeb

۴. تخته یکنواختی به جرم 5 kg و طول 3 m را با دو طناب قائم که به دو سر آن بسته شده است آویزان کرده‌ایم (شکل زیر). نقاشی به جرم 6 kg در فاصله 5 m از مرکز تخته در طرف چپ آن ایستاده و سطلي به حرم 8 kg در فاصله 1 m از مرکز در طرف راست قرار گرفته است. کشش طنابها، T_1 و T_2 چقدر است؟

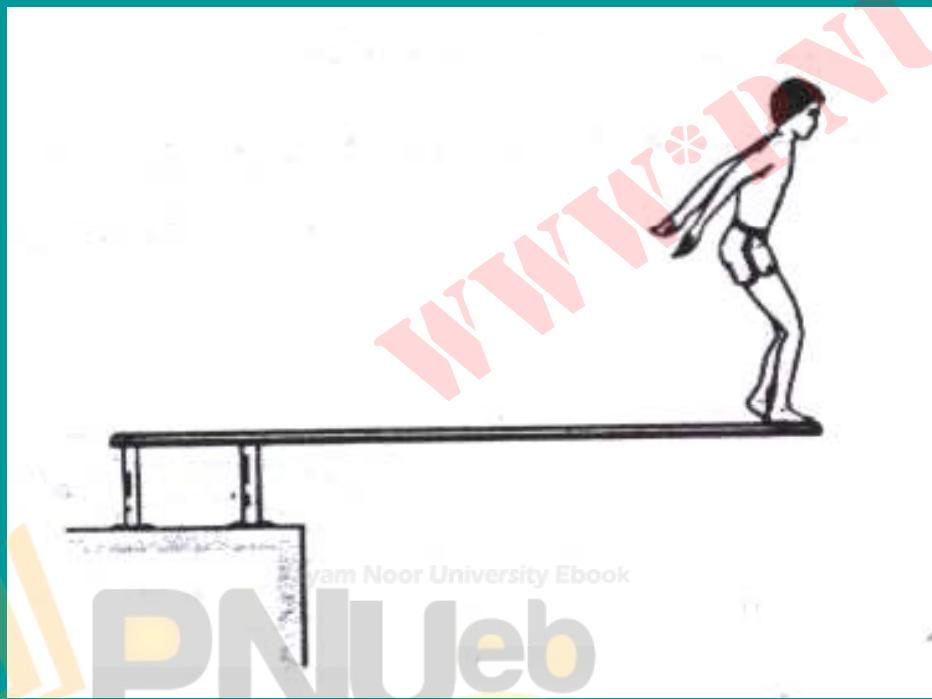


۵. یک شناگر ۶۰ کیلوگرمی در انتهای تخته-شیرجه‌ای به طول 3m و جرم

قابل اغماس ایستاده است (شکل زیر). تخته شیرجه در انتهای دیگرش روی دو

پایه، به فاصله 50 cm از یکدیگر، سوار شده است. هر یک از دو پایه چه

نیرویی و درجه جهتی به تخته وارد می‌کند؟ (انعطاف تخته را در نظر نگیرید).



۶. ذره‌ای به جرم 5 kg که با سرعت $u=4\text{ m/s}$ در حرکت است به دمبلی

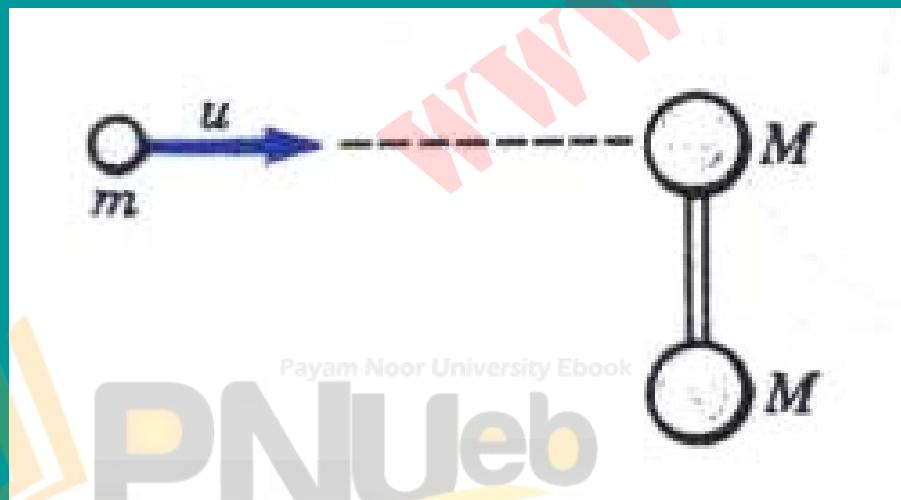
برخورد می‌کند (شکل زیر). این دمبل متشکل از دو جرم ۱ کیلوگرمی است

که با میله بسیار کم جرمی به طول 2 m به هم متصل‌اند. دمبل و ذره

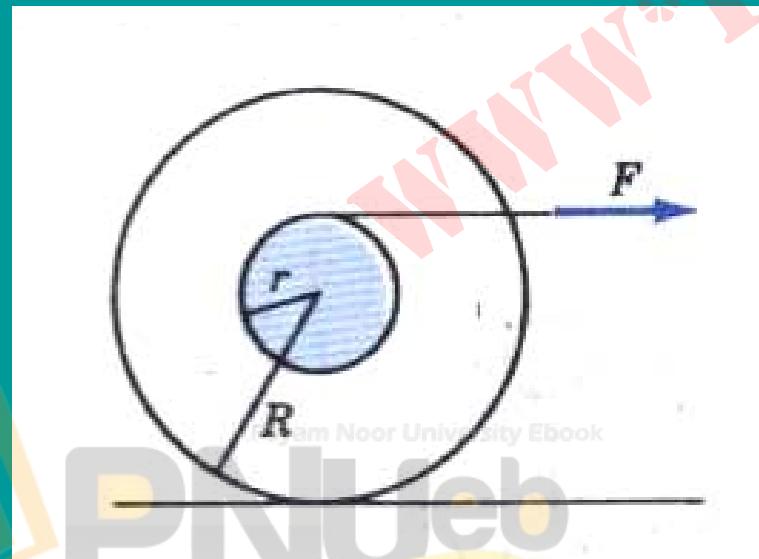
می‌توانند روی سطح افقی بدون اصطکاک بلغزنند. (الف) سرعت مرکز جرم

سیستم پس از برخورد ذره با یکی از وزنه‌های دمبل و (چسبیدن به آن)

چقدر است؟ (ب) سرعت زاویه‌ای سیستم حول مرکز جرم چقدر است؟



۷. سیستم شکل زیر چرخی است به جرم M و شعاع R که قرقره‌ای به شعاع I در وسط دارد (چیزی شبیه به یویو). لختی دورانی سیستم حول محور مرکزی اش I است. نخ را با نیروی F در جهتی که در شکل نشان داده شده است می‌کشیم. اگر هیچ لغزشی در کار نباشد (الف) شتاب مرکز جرم سیستم چقدر است؟ (ب) نیروی اصطکاک سطح با چرخ چقدر است؟ (ج) در هر یک از حالاتی که I کوچکتر از MR^2 ، مساوی با این مقدار، یا بزرگتر از آن باشد هر یک از کمیات (الف) و (ب) چه تغییری می‌کند؟



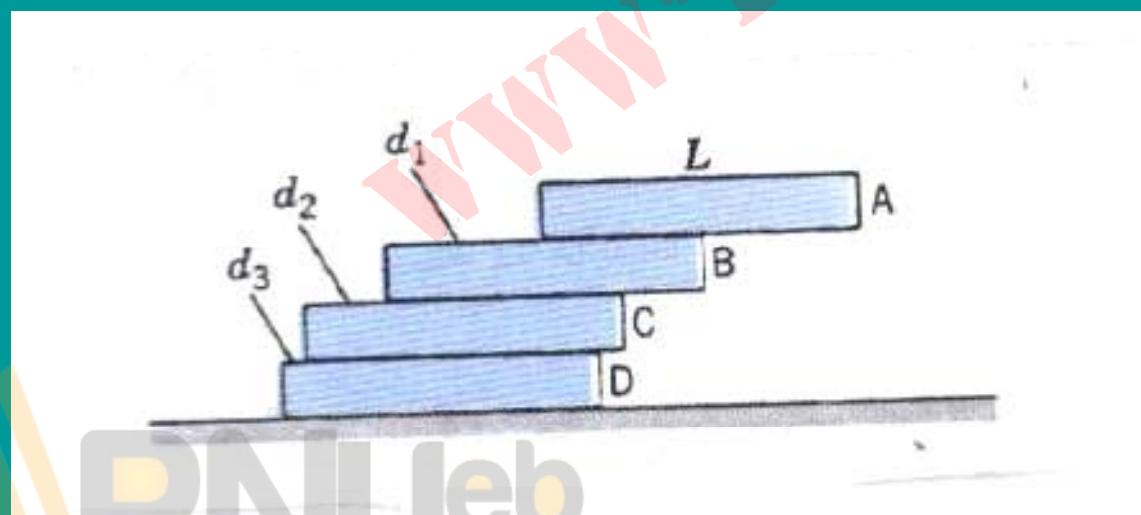
۸. چهار قالب یکسان ، هر یک به طول L ، به صورتی که در شکل زیر نشان

داده شده است روی هم قرار گرفته اند. (الف) بیشترین مقدار d_1 بی آنکه قالب

واژگون شود ، چقدر است ؟

ب) بیشترین مقدار d_2 بی آنکه A و B از روی C بیفتند ، چقدر است ؟

ج) بیشترین مقدار d_3 بی آنکه C, B, A و واژگون شوند ، چقدر می تواند باشد ؟



۹. می خواهیم استوانه ای به جرم $M = 1.0 \text{ kg}$ و شعاع $R = 2\text{m}^{\circ}$ را از پله ای به ارتفاع $h = 2\text{m}^{\circ}$ بالا ببریم (شکل زیر). در هر یک از حالات زیر چه نیروی افقی ای برای این کار لازم است؟

الف) اگر نیروی F_1 به محور مرکزی وارد شود ،

ب) اگر نیروی (F_2) به لبه بالا اثر کند.

